



研究与开发

IRS 辅助 MIMO 系统的低复杂度自适应相位优化算法

潘蒙蒙, 王中鹏

(浙江科技大学人工智能与信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 智能反射面 (intelligent reflecting surface, IRS) 可通过优化反射矩阵的相位, 有效地改善信道质量并提升系统容量, 因此, 设计高性能且低复杂度的相位优化算法成为关键问题。针对 IRS 辅助多入多出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 系统的信道容量最大化问题, 不同于以信道增益为导向的传统方法, 直接以系统信道容量为优化目标, 推导了 IRS 单元相位的实数闭式更新公式。在此基础上, 进一步提出了固定步长和自适应步长两种低复杂度相位优化算法, 其中, 自适应步长算法在保持固定步长容量性能的前提下, 通过动态调节相位更新幅度, 进一步加快了算法收敛速度。仿真结果表明, 当发射功率为 10 dBm、IRS 单元数为 100 时, 所提算法相较于维度正弦最大化 (dimensional sine maximization, DSM) 算法容量提升了 5 bit/s, 迭代次数与平均运行时间分别降低了 81.4%、78.3%; 与固定步长算法相比, 自适应步长算法在不损失容量性能的情况下, 迭代次数与平均运行时间分别降低了 49.2%、42.1%, 且在大规模 IRS 配置下低复杂度优势更突出。

关键词: 智能反射面; 多输入多输出; 相位优化; 低复杂度

中图分类号: TN925

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.DXKX250697

Low-complexity adaptive phase optimization algorithm for IRS-assisted MIMO system

Pan Mengmeng, Wang Zhongpeng

School of Artificial Intelligence and Information Engineering, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China

Abstract: Intelligent reflecting surface (IRS) can effectively enhance channel quality and improve system capacity by optimizing the phase of the reflection matrix, making the design of high-performance and low-complexity phase optimization algorithms a critical issue. For the problem of maximizing the channel capacity in IRS-assisted multiple-input multiple-output (MIMO) systems, a closed-form update formula for the real-valued phase of each IRS element was derived directly based on the system capacity, which differed from the conventional approaches that targeted the

收稿日期: 2025-12-02; 修回日期: 2026-03-31

通信作者: 王中鹏, wzp1966@163.com

基金项目: 浙江省自然科学基金重点项目 (No. LZ21F010001)

Foundation Item: Zhejiang Provincial Natural Science Foundation (No. LZ21F010001)

channel gain. On this basis, two low-complexity phase optimization algorithms, namely fixed-step and adaptive-step methods, were proposed. The adaptive-step algorithm further accelerated convergence by dynamically adjusting the phase update magnitude while maintaining the capacity performance of the fixed-step algorithm. Simulation results demonstrate that, under the transmit power of 10 dBm and with 100 IRS elements, the proposed algorithm achieves a capacity improvement of approximately 5 bit/s over the dimensional sine maximization (DSM) method, with the number of iterations and average runtime reducing by 81.4% and 78.3%, respectively. Compared with the fixed-step algorithm, the adaptive-step algorithm further reduces the number of iterations and average runtime by 49.2% and 42.1% without sacrificing the capacity performance, and exhibits more pronounced low-complexity advantages in large-scale IRS deployments.

Key words: IRS, MIMO, phase optimization, low complexity

0 引言

传统的大规模多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 技术已被广泛应用于无线通信系统中, 以显著提升信道容量^[1]。然而, 该类系统在实际部署中往往依赖大量射频链路, 不仅导致硬件成本大幅增加, 还伴随着天线规模扩展所带来的高能耗问题^[2]。为应对上述问题, 研究者提出了可重构智能反射面 (intelligent reflecting surface, IRS) 辅助MIMO通信系统。IRS由大量低成本、可编程的无源反射单元构成阵列, 可通过灵活调控入射信号的相位与反射方向^[3-6], 有效地增强目标接收信号并抑制干扰, 从而实现对无线信道的可编程操控, 在物理层面显著改善通信性能。

早期研究中, 学者们主要聚焦于基于IRS的联合波束成形优化。例如, 文献[7]首次提出通过联合优化主动与被动波束形成以最大化接收信号功率, 并在被动波束设计中采用半正定松弛 (semi-definite relaxation, SDR) 获得近似解。该思路随后被推广至多用户场景^[8], 在满足信干噪比 (signal-to-interference-plus-noise ratio, SINR) 和相位单位模约束的条件下, 实现了基站发射功率最小化。进一步的研究还将IRS应用于索引调制正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing-index modulation, OFDM-IM), 优化了端到端通信系统的链路传输质量^[9], 保证了

通信的可靠性。

鉴于以信道容量最大化为目标的IRS辅助MIMO优化问题难以直接求解, 文献[10]提出采用坐标下降 (coordinate descent, CD) 方法, 为IRS相位优化提供了一条低复杂度的求解途径。进一步将该思路扩展至物理层安全场景^[11]。此外, 文献[12]提出了路径增益最大化 (sum-path-gain maximization, SPGM) 准则, 并结合交替方向乘法 (alternating direction method of multipliers, ADMM) 实现了对信道容量性能的间接提升。文献[13]则将ADMM与信道估计相结合, 在多用户的场景中降低了导频开销, 而维度正弦最大化 (dimensional sine maximization, DSM) 算法^[14]则通过将相位建模为实变量并给出闭式解, 使信道容量能够逼近最优。双IRS配置下DSM的有效性也得到了验证^[15], 表明双IRS能显著地提升信道容量并降低能耗。文献[16]将其推广至多IRS辅助V2I系统中, 以应对时变信道下的速率提升问题。文献[17]将SPGM问题投影到黎曼流形中, 以无监督方式学习每一层的步长, 以确保收敛性能。

然而, 现有IRS相位优化方法在性能与复杂度之间难以兼顾。一方面, SPGM准则虽可简化求解, 但与真实信道容量之间仍存在偏差^[18]; 另一方面, 随着IRS单元数的增加, 迭代次数与计算复杂度迅速上升。针对现有IRS相位优化方法



在性能与复杂度之间的矛盾, 本文的主要贡献为以下3方面。

(1) 针对 IRS 辅助 MIMO 系统的相位优化问题, 本文不同于以信道增益为目标的传统方法, 以系统容量最大化为目标, 推导出 IRS 单元相位的实数闭式解。该方法不仅规避了 SPGM 准则存在的性能偏差问题, 更突破了复数反射系数方法的模值约束限制, 为后续迭代优化奠定了基础。

(2) 针对 IRS 单元数增加导致的迭代收敛缓慢与计算开销高的问题, 本文提出自适应步长相位更新方法。该方法以闭式解确定相位更新方向, 通过动态调节每个 IRS 单元的更新幅度, 在保障系统高容量性能的前提下, 大幅减少了迭代次数、有效降低了计算成本。

(3) 数值仿真结果验证表明, 所提算法在系统容量、收敛速度及计算复杂度上, 均优于 DSM、梯度上升 (gradient ascent, GA) 及 ADMM 等现有算法。即使在信道估计误差和相位量化误差条件下, 所提算法仍保持性能优势。与固定步长基准方案相比, 自适应步长算法在不损失容量性能的情况下进一步加快了收敛速度, 展现出了更优的综合性能。

1 系统模型及问题描述

IRS 辅助 MIMO 系统模型如图 1 所示, 本文研究的是一个智能反射面辅助的多输入多输出下行通信系统。系统中, 信号由配备多天线的发射端, 经由 IRS 反射后传输至配备多天线的接收端, 构成级联传输链路。该级联信道由 3 部分组成: 发射端与接收端之间的直射信道 $\mathbf{H} \in \mathbf{C}^{N_r \times N_t}$, 其中, N_t 和 N_r 分别为发射天线数和接收天线数; 发射端到 IRS 的入射信道 $\mathbf{T} \in \mathbf{C}^{M \times N_t}$, 其中, M 表示 IRS 反射单元的数量; IRS 到接收端的反射信道 $\mathbf{R} \in \mathbf{C}^{N_r \times M}$ 。IRS 由 M 个无源反射单元组成, 每

个单元能够独立调整反射相位。IRS 的反射系数矩阵为 $\Phi = \text{diag}(e^{j\theta_1}, e^{j\theta_2}, \dots, e^{j\theta_M})$, 其中, $m = 1, 2, \dots, M$, $\theta_m \in [-\pi, \pi]$ 表示第 m 个反射单元的相位偏移, 且所有反射单元均满足 $|e^{j\theta_m}| = 1$ 。通过合理设计 IRS 反射系数矩阵, 可以有效地重构信道, 从而提升系统整体性能。

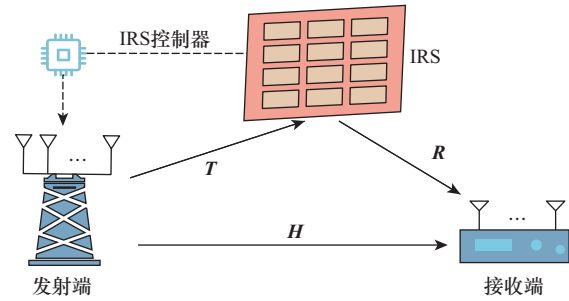


图1 IRS 辅助 MIMO 系统模型

因此, 在图 1 所示的 IRS 辅助的下行通信链路中, 等效信道为 $\mathbf{H}_{\text{IRS}} = \mathbf{H} + \mathbf{R}\Phi\mathbf{T}$, 设 $L = \text{rank}(\mathbf{H}_{\text{IRS}})$ 表示等效信道所支持的最大并行传输流数。为了与对比算法保持一致, 系统在整个传输过程中采用等功率分配, 即为每条数据流均分配功率 P/L , 在此条件下, 用户终端接收到的信号模型可写为:

$$\mathbf{y} = \left(\sqrt{P/L}\right)(\mathbf{H} + \mathbf{R}\Phi\mathbf{T})\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} \in \mathbf{C}^{N_t \times 1}$ 为发射信号向量, P 为发射端总发射功率。 $\mathbf{n} \sim \text{CN}(0, \sigma^2)$ 为接收端加性高斯白噪声, 均值为零, 方差为 σ^2 。在智能反射面的辅助下, 系统在理想信道状态信息 (channel state information, CSI) 已知的情况下, IRS 辅助 MIMO 系统的信道容量可表示为^[14]:

$$C = \text{lb det} \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{\sigma^2 L} \mathbf{H}_{\text{IRS}} \mathbf{H}_{\text{IRS}}^H \right) \quad (2)$$

其中, \mathbf{I}_{N_r} 为 N_r 维的单位矩阵。本文以每个 IRS 单元的实数相位 θ 作为优化变量, 并非采用复反射系数 $\alpha = e^{j\theta}$ 优化方式^[11], 不同于文献[14]以信道

增益最大化为准则的方法，本文从系统容量出发进行建模，使 IRS 相位设计与最终性能指标保持一致，从而更充分地发挥 IRS 的信道重构能力。基于此，相位优化问题可表述为：

$$\begin{aligned} \max C(\theta) &= \text{lb det} \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{\sigma^2 L} \mathbf{H}_{\text{IRS}}(\theta) \mathbf{H}_{\text{IRS}}^H(\theta) \right) \\ \text{s.t. } \mathbf{H}_{\text{IRS}}(\theta) &= \mathbf{H} + \mathbf{R}\Phi(\theta)\mathbf{T} \\ \Phi &= \text{diag} \left(e^{j\theta_1}, e^{j\theta_2}, \dots, e^{j\theta_M} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

直接求解问题式 (3) 通常计算复杂度较高。因此，为降低难度，本文在推导闭式相位更新表达式时暂不考虑功率分配因素，并借鉴逐维优化思想^[14]，将多变量耦合的全局优化问题转化为一系列单变量子问题。在每次迭代中，仅更新某一特定 IRS 单元的相位，而其他单元的相位保持不变。具体而言，假设当前迭代时仅优化第 m 个 IRS 单元的相位 θ_m ，则等效信道可分解为固定部分与该单元的独立贡献，即：

$$\mathbf{H}_{\text{IRS}}(\theta_m) = \hat{\mathbf{H}}_m + e^{j\theta_m} \mathbf{H}_m \quad (4)$$

其中， $\hat{\mathbf{H}}_m = \mathbf{H}_1 + \sum_{j \neq m} e^{j\theta_j} \mathbf{H}_j$ 表示不包含第 m 个反射路径的部分信道， $\mathbf{H}_m = \mathbf{r}^{(m)} \mathbf{t}^{(m)H}$ 是仅由第 m 个 IRS 单元贡献的部分信道。在此基础上，信道容量关于单变量 θ_m 的局部优化可重写为：

$$\begin{aligned} C(\theta_m) &= \text{lb det} \left(\mathbf{I}_{N_r} + \left(\hat{\mathbf{H}}_m + e^{j\theta_m} \mathbf{H}_m \right) \left(\hat{\mathbf{H}}_m + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. e^{j\theta_m} \mathbf{H}_m \right)^H \right) = \text{lb det} \left(\mathbf{A}_m + e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H \right) \end{aligned} \quad (5)$$

其中， $\mathbf{A}_m = \mathbf{I}_{N_r} + \hat{\mathbf{H}}_m \hat{\mathbf{H}}_m^H + \mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^H$ 表示与 θ_m 无关的固定部分。 $\mathbf{B}_m = \hat{\mathbf{H}}_m \mathbf{H}_m^H$ 为第 m 个 IRS 单元与其他部分耦合后对信道容量的影响。基于此，可以推导出每个 IRS 单元的相位闭式解，为所提算法提供理论依据。

2 相位优化

针对第 1 节所提的系统容量最大化问题，本

文提出了一种逐单元闭式解与自适应步长相结合的 IRS 相位优化方法。该方法在有效提升系统容量的同时，降低了算法复杂度。与 DSM^[14] 等基于信道增益的方法不同，本方法直接从系统容量出发，构建单元级的相位更新模型，通过对容量函数中的次要耦合项进行可控近似处理，从而获得可计算的闭式更新形式。为了进一步加速收敛，与自适应步长相结合，通过容量增量动态调整相位更新幅度，实现了在保持高容量性能的同时，有效抑制了迭代后期的拖尾效应，并降低了整体计算开销。

2.1 容量最大化下的相位闭式解

在式 (5) 中，由于函数 $C(\theta_m)$ 的表达式中含有嵌套的矩阵乘法与共轭转置操作，直接求解 θ_m 的闭式解较为困难。为此，本文采用一阶近似梯度分析方法，在当前迭代点寻找信道容量提升最快的相位调整方向。根据矩阵微分公式对 $C(\theta_m)$ 求导^[19] 可得：

$$\frac{d(\text{lb det } \mathbf{X}(\theta_m))}{d\theta_m} = \text{tr} \left(\mathbf{X}^{-1}(\theta_m) \frac{d(\mathbf{X}(\theta_m))}{d\theta_m} \right) \quad (6)$$

其中， $\mathbf{X}(\theta_m) = \mathbf{A}_m + e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H$ ，信道容量 θ_m 的导数可表示为：

$$\frac{dC(\theta_m)}{d\theta_m} = \frac{1}{\ln 2} \text{tr} \left(\mathbf{X}^{-1}(\theta_m) \frac{d(\mathbf{X}(\theta_m))}{d\theta_m} \right) \quad (7)$$

而对 $\mathbf{X}(\theta_m)$ 求导为 $j e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m - j e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H$ ，将其代入式 (7) 可得：

$$\frac{dC(\theta_m)}{d\theta_m} = \frac{j}{\ln 2} \text{tr} \left(\mathbf{X}^{-1}(\theta_m) (e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m - e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H) \right) \quad (8)$$

令 $\mathbf{T} = \text{tr} \left(\mathbf{X}^{-1} e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m \right) - \text{tr} \left(\mathbf{X}^{-1} e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H \right)$ ，并将 \mathbf{T} 拆分为两项，前一项为 \mathbf{T}_1 ，后一项为 \mathbf{T}_2 ，对于第二项，利用迹的循环不变性 ($\text{tr}(\mathbf{PQ}) = \text{tr}(\mathbf{QP})$) 和共轭转置性质 ($\text{tr}(\mathbf{P}^H) = \overline{\text{tr}(\mathbf{P})}$) 进行化简：

$$\mathbf{T}_2 = \text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H \right) = e^{-j\theta_m} \text{tr} \left(\mathbf{B}_m^H \mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \right) =$$



$$e^{-j\theta_m} \text{tr} \left(\left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right)^H \right) = e^{-j\theta_m} \overline{\text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right)} \quad (9)$$

令 $\mathbf{Z} = \text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right)$, 则 $\mathbf{T}_1 = e^{j\theta_m} \mathbf{Z}$, $\mathbf{T}_2 = e^{-j\theta_m} \overline{\mathbf{Z}}$ 。因此, $\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_2 = e^{j\theta_m} \mathbf{Z} - e^{-j\theta_m} \overline{\mathbf{Z}}$ 。令 $\mathbf{W} = e^{j\theta_m} \mathbf{Z}$, 其中, $J(\cdot)$ 表示取虚部, 则 $\mathbf{T} = \mathbf{W} - \overline{\mathbf{W}} = 2jJ(\mathbf{W}) = 2jJ \left(e^{j\theta_m} \text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right) \right)$ 。将 \mathbf{T} 代回式 (8) 并利用 $j^2 = -1$ 化简得:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta_m} C(\theta_m) &= \frac{j}{\ln 2} 2jJ \left(e^{j\theta_m} \text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right) \right) = \\ &= -\frac{2}{\ln 2} J \left(e^{j\theta_m} \text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

令该导数为零以寻找最优 $\theta_m^{[14]}$, 将 $\mathbf{Z} = \text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right)$ 表示为极坐标形式 $|\mathbf{Z}| e^{j\arg(\mathbf{Z})}$, 其中, $\arg(\cdot)$ 为取幅角, 将其代入式 (10) 则有 $e^{j\theta_m} \text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right) = e^{j\theta_m} |\mathbf{Z}| e^{j\arg(\mathbf{Z})}$, 再根据欧拉公式 $e^{j\phi} = \cos \phi + j \sin \phi$ 展开, 取其虚部得:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta_m} C(\theta_m) &= -\frac{2}{\ln 2} J \left(e^{j\theta_m} |\mathbf{Z}| e^{j\arg(\mathbf{Z})} \right) = \\ &= -\frac{2}{\ln 2} J \left(|\mathbf{Z}| e^{j(\arg(\mathbf{Z}) + \theta_m)} \right) = \\ &= -\frac{2}{\ln 2} J \left(|\mathbf{Z}| \cos(\arg(\mathbf{Z}) + \theta_m) + \right. \\ &\quad \left. j |\mathbf{Z}| \sin(\arg(\mathbf{Z}) + \theta_m) \right) = \\ &= -\frac{2}{\ln 2} |\mathbf{Z}| \sin \left(\arg \left(\text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right) \right) + \theta_m \right) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

当且仅当 $\sin(\cdot) = 0$ 时, $C(\theta_m)$ 取最大值, 则单变量 θ_m 的最优解为:

$$\hat{\theta}_m = -\arg \left(\text{tr} \left(\mathbf{X}(\theta_m)^{-1} \mathbf{B}_m^H \right) \right) \quad (12)$$

其中, $\mathbf{X}(\theta_m) = \mathbf{A}_m + e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H$, θ_m 以复指数 ($e^{j\theta_m}$ 、 $e^{-j\theta_m}$) 形式嵌入矩阵逆运算内部, 解析闭式解不存在, 可通过一维数值搜索求解, 但复杂度较高。在迭代优化过程中, 本文采用逐单元

更新方法: 每次仅更新一个 IRS 元素的相位 θ_m , 其余元素相位保持不变。当迭代接近最优解时, 单次更新项中 $e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H$ 对 $\mathbf{X}(\theta_m)$ 的贡献可忽略 (满足 $\|e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H\| \ll \|\mathbf{A}_m\|$, $\|\cdot\|$ 为 Frobenius 范数)。

为了获得解析闭式解并降低单次迭代计算复杂度, 在更新第 m 个反射单元相位时忽略单次更新中贡献较小的耦合项 $e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H$, 采用 $\mathbf{X}(\theta_m) \approx \mathbf{A}_m$ 的近似, 该近似下的闭式解可简化为:

$$\hat{\theta}_m = \arg \left(\text{tr} \left(\mathbf{A}_m^{-1} \mathbf{B}_m^H \right) \right) \quad (13)$$

该近似在迭代初期可提供有效的相位更新方向, 随着迭代进行, 误差逐渐减小, 对最终收敛容量的影响可忽略, 同时大幅降低了矩阵逆运算的复杂度, 实现了精度与效率的平衡。

2.2 自适应相位优化

在前述分析中, 式 (13) 给出了在其余反射单元相位保持不变时, 使系统容量朝最优方向提升的 IRS 单元局部闭式解, 为每个反射单元提供了可单调改善系统容量的相位更新方向。然而, 由于 IRS 相位存在多维耦合, 采用固定幅度更新, 通常会因收敛缓慢而难以保障优化效率。基于此, 本文提出了自适应步长相位优化方法, 该方法通过容量变化动态调整更新幅度, 在保持高容量性能的同时提升收敛速度并降低计算开销。固定步长更新法仅作为对比基线, 用于验证自适应步长在收敛速度和复杂度方面的优势。

具体而言, 算法首先在区间 $[-\pi, \pi]$ 内随机初始化各反射单元的初始相位 $\theta_m^{(0)}$, 并计算初始等效信道所对应的系统容量。在每轮迭代中, IRS 单元按随机顺序逐个更新。每次仅针对单个反射单元 m , 沿闭式解方向旋转相位, 其余单元保持不变。相位更新幅度由自适应步长 s_t 调节, 可表示为:

$$\begin{cases} \theta_m(t+1) = \theta_m(t) + s_t(\hat{\theta}_m - \theta_m(t)), \text{固定步长} \\ \theta_m^{\text{test}} = \theta_m(t) + s_t(\hat{\theta}_m - \theta_m(t)), \text{自适应步长} \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\hat{\theta}_m$ 为式 (13) 所得的闭式解, s_t 为步长。对于固定步长, s_t 恒定为 1 且无试探更新; 自适应步长中, s_t 初始为 1, 并根据试探容量 C_{test} 与当前容量 C_{old} 的比较动态调整, 更新规则为:

$$\begin{cases} \theta_m(t+1) = \theta_m^{\text{test}}, s_{t+1} = \\ \min(1.5s_t, 1.5), C_{\text{test}} \geq C_{\text{old}} \\ \theta_m(t+1) = \theta_m(t), s_{t+1} = \\ \max(0.5s_t, 0.5), C_{\text{test}} < C_{\text{old}} \end{cases} \quad (15)$$

其中, 步长上下限 0.5 和 1.5 的选择基于算法结构与数值实验经验设定, 保证步长在迭代过程中既不会过小导致搜索停滞, 也不会过大引起容量振荡。若试探容量 C_{test} 提升时, 则接受更新并适度放大步长; 若容量未提升, 则回滚更新并缩减步长, 并在调整后的步长下重新计算试探容量。上述过程在每个 IRS 单元层面依次执行, 经过多轮迭代使彼此之间相互达成最优。在闭式解方向的指导下, 自适应步长与固定步长 (基准方案) 均能实现容量提升; 相比之下, 自适应步长通过动态调节更新幅度, 在收敛速度和整体计算开销上表现更优, 尤其适用于大规模 IRS 系统。自适应步长相位更新如算法 1 所示。

算法 1 自适应步长相位更新

输入 信道矩阵 \mathbf{H} , \mathbf{T} , \mathbf{R} , 最大迭代次数 T_{max} , 收敛阈值 ε

输出 最优 IRS 相位 θ_{opt} , 实际迭代次数 t

初始化 设定初始相位 $\theta_m^{(0)}$, 步长 s_t

while $|C_{(t)} - C_{(t-1)}| \geq \varepsilon$ 且 $t \leq T_{\text{max}}$ **do**

for $m = 1 : M$ **do**

固定其余反射单元, 随机试探更新第 m 个相位 $\theta_m(t)$;

根据式 (14) 中的自适应步长试探更新 θ_m^{test} ;

if $C_{\text{test}} \geq C_{\text{old}}$

$$\theta_m(t+1) = \theta_m^{\text{test}}, s_{t+1} =$$

$\min(1.5s_t, 1.5)$;

else

$$\theta_m(t+1) = \theta_m(t), s_{t+1} = \max(0.5s_t, 0.5);$$

end if

end for

end while

根据最优相位 θ_{opt} 得到相应等效信道 \mathbf{H}_{IRS} , 求解问题式 (3), 并得到最终信道容量。

3 计算复杂度分析

在本文所提算法中, 每一轮迭代均须更新 M 个 IRS 单元。以第 m 个单元为例, 其更新过程包括以下几个步骤: 首先, 从等效信道中移除该单元的贡献, 并构造辅助矩阵 \mathbf{A}_m 和 \mathbf{B}_m , 该过程涉及矩阵乘法, 计算复杂度约为 $O(N_r^2 N_t)$; 随后, 执行 $\mathbf{A}_m^{-1} \mathbf{B}_m$ 运算, 复杂度为 $O(N_r^3)$ 。因此, 每轮迭代更新 M 个 IRS 单元的总复杂度约为 $O(M(N_r^2 N_t + N_r^3))$ 。由于 M 通常比 N_t 、 N_r 大得多, 每轮迭代的复杂度可近似看作与 M 线性相关, 即 $O(M)$ 。相比之下, ADMM^[13] 算法的复杂度约为 $O(M)$, DSM^[14] 和 GA^[14] 算法复杂度约为 $O(M^2)$ 。由此可见, 本文所提的自适应步长算法在计算复杂度方面明显低于其他算法, 且在大规模 IRS 系统中优势尤为突出。

4 仿真结果与分析

为验证所提算法的性能, 本文构建了自适应步长与固定步长两种闭式解相位更新方法, 并选取现有的代表性算法 (DSM^[14]、GA^[14]、ADMM^[13]) 作为基准对比。固定步长方案作为本文的基础算法, 通过推导的闭式解更新相位即可实现容量增



益。在此基础上, 自适应步长利用容量变化动态调节更新幅度, 进一步加速收敛并降低计算开销, 使算法在保证高容量性能的前提下兼顾计算效率。

为了保证比较的公平性, 本文提出的固定步长与自适应步长算法均采用容量增益阈值 $\varepsilon = 10^{-3}$ 作为收敛判据, 即当相邻两次迭代的系统容量变化小于 ε 时判定算法收敛。其他对比算法沿用原文的收敛准则且阈值同样统一设为 10^{-3} 。所有算法均使用相同的初始相位和信道系数进行仿真, 以保证结果的统计可靠性和可比性。本文假设系统带宽已归一化为 1 Hz, 因此, 给出的信道容量数值等价于单位带宽下的可达速率, 单位为 bit/s。

4.1 仿真参数设置

所有算法均在相同信道环境下测试, 主要评价指标包括系统容量、迭代次数及平均运行时间。系统中涉及信道均采用 Rician 衰落信道模型^[8], 即:

$$\mathbf{H} = \sqrt{L(d)} \cdot \left(\sqrt{\kappa/(1+\kappa)} \mathbf{a}_r(\phi_r) \mathbf{a}_t^H(\phi_t) + \sqrt{1/(1+\kappa)} \mathbf{H}_{\text{NLoS}} \right) \quad (16)$$

其中, $L(d) = C_0(d/D_0)^{-\alpha}$ 表示距离相关的路径损耗函数, C_0 表示参考距离 $D_0 = 1$ m 处的路径损耗, α 为路径损耗指数。 κ 是 Rician 因子, ϕ_r 和 $\phi_t \in (0, 2\pi]$ 分别为视距 (line of sight, LoS) 分量的发射和到达方位角。 $\mathbf{a}_t(\phi)$ 和 $\mathbf{a}_r(\phi)$ 分别是发射端和接收端的天线阵列响应向量。采用均匀线性阵列 (uniform linear array, ULA) 结构, 具有 N 个阵元, 即 $\mathbf{a}(\phi) = (1/\sqrt{N})[1, e^{j\beta d_a \sin \phi}, \dots, e^{j\beta d_a (N-1) \sin \phi}]^T$, 其中, $\beta = 2\pi/\lambda$, λ 为载波波长, 天线间距设为 $d_a = \lambda/2$ 。非视距 (non-line of sight, NLoS) 分量 \mathbf{H}_{NLoS} 的元素服从独立分布的复高斯分布。

为了反映不同链路环境中的传播特性, 设置链路的路径损耗指数^[14]如下: 对于直射链路 \mathbf{H} , 考虑其可能受到城市建筑遮挡, 设置路径损耗指数 $a = 3$, 对应城市传播环境; 基站至 IRS 的链路 \mathbf{T} 以及 IRS 至用户的链路 \mathbf{R} 假设为无遮挡的自由空间传输环境, 设路径损耗指数 $a = 2$; 设置 Rician 因子 $\kappa = 10$ dB。假设发射端的天线数 $N_t = 16$ 、接收端的天线数 $N_r = 12$ 。在上述信道模型与参数配置下, 所有仿真结果均为 100 次独立蒙特卡洛实验的平均值, 以保证结果的统计可靠性。

4.2 性能与收敛分析

不同算法下信道容量与发射功率的关系如图 2 所示, 当单元数 $M = 100$ 时, 不同相位优化算法在不同发射功率下的系统信道容量对比。可以看到, 随着发射功率增加, 各算法的容量均呈上升趋势。其中, 本文所提的固定步长与自适应步长算法在全功率区间内始终保持优于 DSM、GA 和 ADMM。自适应步长容量略低于本文的基准方案 (固定步长), 差距仅 $0.5 \sim 0.8$ bit/s, 这说明在闭式解方向的引导下, 自适应步长与固定步长保持了高度一致的优化方向, 同时进一步提升了计算效率。与 DSM 相比, 自适应步长容量提高约 5 bit/s, 而 GA 和 ADMM 性能明显落后, 高功率下容量差距超过 10 bit/s。

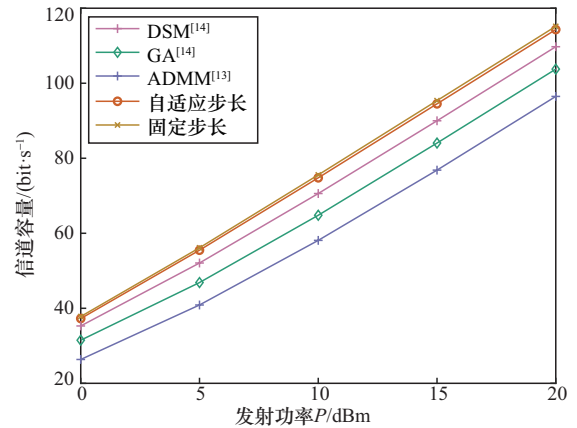


图 2 不同算法下信道容量与发射功率的关系

不同算法在不同智能反射面单元数下的信道容量如图 3 所示，在发射功率为 10 dBm 时，随 IRS 单元数增大不同算法的信道容量均提升，这反映了 IRS 面积增大带来的容量增益。然而，各算法的容量增长速率与上限存在明显差异。本文所提的固定步长与自适应步长算法在所有规模下均保持领先，增长趋势明显优于 DSM、GA 和 ADMM。作为对照基准的固定步长算法的容量表现略高于自适应步长，但差距始终小于 1 bit/s，而自适应步长在此基础上通过动态步长调整进一步提升了优化效率。与 DSM 相比，自适应步长容量普遍提高 5 ~ 6 bit/s，而 GA 和 ADMM 在大规模 IRS ($M = 500$) 条件下的容量差距超过 20 bit/s。

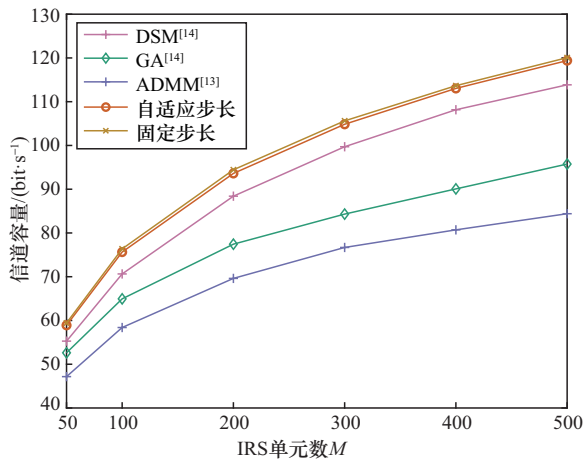


图3 不同算法在不同智能反射面单元数下的信道容量

不同步长的信道容量与迭代次数关系如图 4 所示，进一步直观地展示了算法的收敛行为，图 4 给出了在发射功率为 10 dBm、IRS 单元数 $M = 100$ 条件下固定步长与自适应步长算法在相同信道条件下的容量随迭代次数变化曲线图 4 (a) 及相邻迭代之间的容量增量图 4 (b) 变化情况。可以观察到，两种方法均表现出稳定的单调收敛行为。相较于固定步长方法，自适应步长算法在迭代后期容量增量衰减更快，收敛过程更平稳，从而在较少的迭代次数内达到收敛阈值。

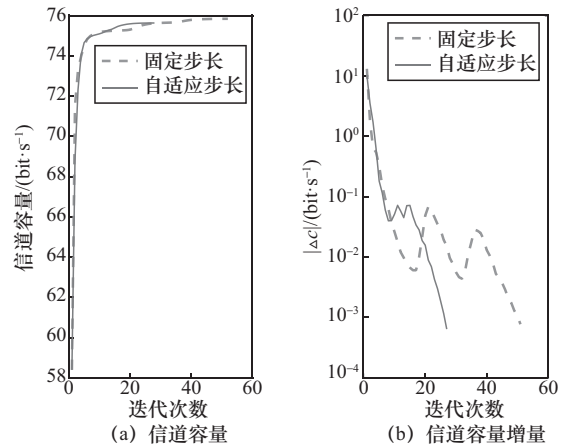


图4 不同步长的信道容量与迭代次数关系

不同算法在不同智能反射面单元数下的迭代次数如图 5 所示，展示了在发射功率为 10 dBm 时，不同算法在不同 IRS 规模下达到收敛阈值所需的迭代次数差异显著。可以看到，本文所提的固定步长与自适应步长算法在所有 IRS 单元数下均表现出较少的迭代次数，其中，自适应步长收敛效率始终优于固定步长、DSM 和 ADMM，在大规模 IRS 条件下优势尤为明显。以 $M = 500$ 为例，自适应步长仅需 48 次收敛，而固定步长需 75 次，迭代次数下降约 36%，显示了动态步长在加速收敛上的显著效果。相比之下，DSM 与 ADMM 随着 IRS 规模增加迭代次数迅速膨胀，在 $M = 500$ 时分别达到 896 次和 668 次，远超本文所提方案；GA 在所有 IRS 单元数下均达到最大迭代次数，未在图中显示。结果表明，自适应步长在保持高容量性能的同时，能够显著降低计算复杂度，实现快速收敛。

不同算法在不同智能反射面单元数下的运行时间如图 6 所示，展示了发射功率为 10 dBm 时，不同算法达到收敛所需的运行时间随 IRS 规模变化的差异非常明显。本文所提的自适应步长算法在所有 IRS 规模下均能实现最低的运行时间，并明显优于基准方案（固定步长）以及 DSM、GA 和 ADMM，且随着 IRS 单元数的增加，其增长趋



势相对平缓。自适应步长运行时间始终低于固定步长，以 $M=500$ 为例，自适应步长仅需0.26 s，而固定步长需0.38 s，节约超过30%，充分体现了动态调节步长在加速收敛和减少计算成本方面的优势。相比之下，DSM、ADMM随IRS单元数增加的运行时间呈快速增长，尤其在 $M=500$ 时DSM需391 s，GA更高需1 816 s。该结果进一步验证，自适应步长算法不仅能够保持接近固定步长的高容量表现，而且在大规模IRS系统中显著降低了计算成本，实现了性能与复杂度的有效平衡。

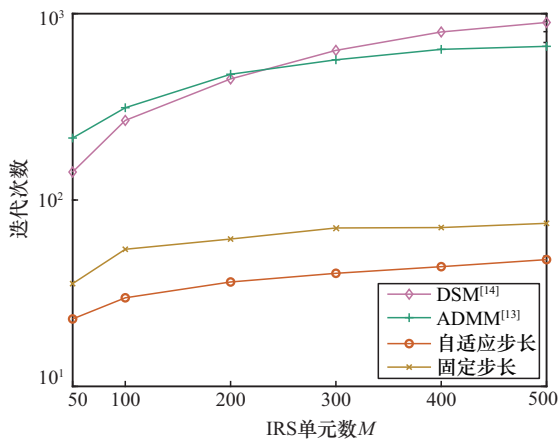


图5 不同算法在不同智能反射面单元数下的迭代次数

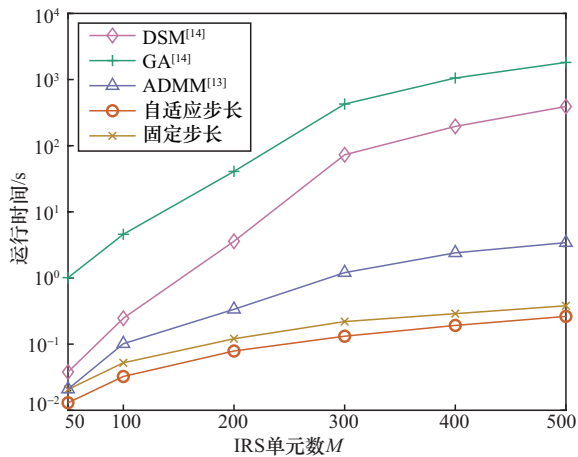


图6 不同算法在不同智能反射面单元数下的运行时间

4.3 近似合理性与耦合项影响分析

为验证所推导闭式解中近似处理的合理性，本文进一步分析了被忽略耦合项对迭代过程的影

响，即被忽略耦合项 $e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H$ 与主项矩阵 \mathbf{A}_m 的Frobenius范数比值 $\left(\frac{\|e^{j\theta_m} \mathbf{B}_m + e^{-j\theta_m} \mathbf{B}_m^H\|_F}{\|\mathbf{A}_m\|_F} \right)$ 随迭代次数变化的曲线。

被忽略耦合项与主项矩阵范数比值随迭代次数变化如图7所示，展示了发射功率为10 dBm、IRS单元数 $M=100$ 条件下，被忽略耦合项与主项矩阵范数比值随迭代次数的变化。对于固定步长与自适应步长两种算法，该比值在整个迭代过程中始终保持在远小于1的水平，且在迭代初期快速下降，随后逐渐趋于稳定，表明被忽略的耦合项始终处于受控范围内。相比固定步长算法，自适应步长在部分迭代阶段呈现出略大的波动，这是由于其在容量提升阶段采用了较大的相位更新幅度；然而，该波动仍然维持在 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 的量级，并未对近似条件造成破坏。上述结果从数值角度验证了本文近似处理在迭代优化框架下的合理性与稳定性。

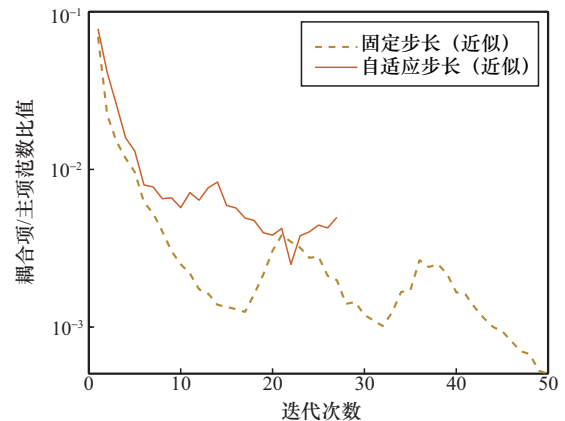


图7 被忽略耦合项与主项矩阵范数比值随迭代次数变化

若不对上述耦合项进行近似处理，则待优化相位将以复指数形式嵌入矩阵逆运算内部，难以获得解析闭式解，通常须借助一维数值搜索进行求解，计算复杂度将随IRS单元数快速增长。因此，本文所有仿真均基于所提的近似闭式解方法进行，既保证了收敛性和容量性能，又显著地降低了单次迭代的计算开销。

4.4 非理想场景下的鲁棒性分析

为评估所提算法在实际系统中的适用性，本文进一步考虑了非理想条件下的性能表现，包括信道估计误差与 IRS 相位量化误差两种典型场景。

非理想信道的建模与文献[20]保持一致，即 NLoS 信道分量可表示为 $\mathbf{H}_{\text{NLoS}} = \hat{\mathbf{H}}_{\text{NLoS}} + \Delta\mathbf{H}$ ，其中， $\hat{\mathbf{H}}_{\text{NLoS}}$ 表示系统可获得的 NLoS 信道估计值， $\Delta\mathbf{H}$ 为信道估计误差矩阵，其元素服从零均值复高斯分布。根据式 (16) 所示的信道模型，系统对小尺度衰落分量 \mathbf{H}_{NLoS} 进行估计。记 h 为 \mathbf{H}_{NLoS} 中的任一元素， \hat{h} 为其对应的估计值，本文假设估计误差 $h - \hat{h}$ 服从零均值复高斯分布，且所有元素具有相同的均方误差 (mean square error, MSE)，定义为：

$$\rho = \frac{\text{E}\left[|h - \hat{h}|^2\right]}{\text{E}\left[|\hat{h}|^2\right]} \quad (17)$$

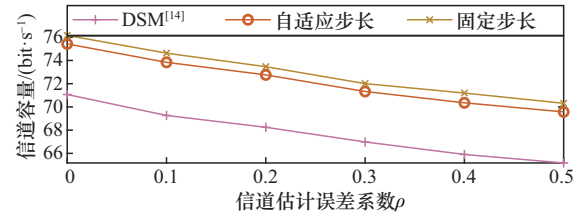
其中， $\rho = 0$ 对应理想 CSI 场景， ρ 越大表示估计误差越严重。进一步考虑 IRS 反射单元的有限相位分辨率，采用均匀相位量化模型^[21]，将连续优化得到的 IRS 相位映射至 2^B 个离散相位水平，对于采用 B 比特量化的 IRS，第 n 个反射单元的最优相位 θ 被映射为离散相位：

$$\theta_d = \text{round}\left(\frac{\theta}{2\pi/2^B}\right) \times \frac{2\pi}{2^B}, \forall n \quad (18)$$

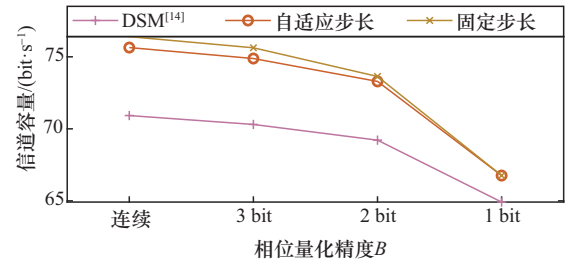
其中， $\text{round}(\cdot)$ 表示取最近整数。并在不同量化精度 (如 $B = 1, 2, 3$) 下对比分析所提算法的性能。

不同算法在信道估计误差与相位量化误差下的信道容量如图 8 所示，在发射功率 $P = 10$ dBm、IRS 单元数 $M = 100$ 的条件下，不同信道估计误差下的信道容量如图 8 (a) 所示，不同相位量化下的信道容量如图 8 (b) 所示。由图 8 (a) 可以看出，随着 ρ 增大，所有算法的容量均出现一定程度的下降 (CSI 不完美削弱了相位优化的精度)。然而，相比对比算法，所提算法在不同误

差水平下始终保持稳定的性能优势，表明其对信道估计误差具有较好的鲁棒性。由图 8 (b) 可以看出，随着相位分辨率降低，系统容量逐渐下降，尤其在 1 bit 量化精度下性能退化较为明显；当量化精度达到 3 bit 时，容量损失减小，所提算法仍能维持接近连续相位条件下的性能，说明其对有限分辨率 IRS 具有良好的适应性。



(a) 不同信道误差下的信道容量



(b) 不同相位量化精度下的信道容量

图 8 不同算法在信道估计误差与相位量化精度下的信道容量

5 结束语

本文针对 RIS 辅助 MIMO 系统提出了一种基于闭式解方向的自适应步长相位优化算法。不同于以信道增益为优化目标的传统方法，本文直接以系统信道容量作为优化目标，推导了 IRS 单元相位的实数闭式更新公式。在此基础上，进一步设计了固定步长和自适应步长两种相位更新算法，其中，自适应步长算法能够根据容量变化动态调节相位更新幅度，在保持固定步长算法容量性能的同时加快收敛过程。仿真结果表明，所提算法在提升系统信道容量的同时，保持低计算复杂度与快速收敛，尤其在大规模 IRS 配置下，其低复杂度优势更突出。



参考文献:

- [1] Zhang R, Zhang H Y, Li Y Z, et al. Energy efficient hybrid precoding for adaptive partially-connected mmWave massive MIMO: a decomposition-based approach[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(12): 15967-15980.
- [2] Wang Z, Zhang J Y, Du H Y, et al. Extremely large-scale MIMO: fundamentals, challenges, solutions, and future directions[J]. IEEE Wireless Communications, 2024, 31(3): 117-124.
- [3] Huang C W, Zappone A, Alexandropoulos G C, et al. Reconfigurable intelligent surfaces for energy efficiency in wireless communication[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(8): 4157-4170.
- [4] Abeywickrama S, Zhang R, Wu Q Q, et al. Intelligent reflecting surface: practical phase shift model and beamforming optimization[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(9): 5849-5863.
- [5] Zhang P, Zhang J Y, Xiao H H, et al. Joint distributed precoding and beamforming for RIS-aided cell-free massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2024, 73(4): 5994-5999.
- [6] Hua M, Wu Q Q, Chen W, et al. Secure intelligent reflecting surface-aided integrated sensing and communication[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(1): 575-591.
- [7] Wu Q Q, Zhang R. Intelligent reflecting surface enhanced wireless network: joint active and passive beamforming design[C]// Proceedings of the 2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-6.
- [8] Wu Q Q, Zhang R. Intelligent reflecting surface enhanced wireless network via joint active and passive beamforming[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(11): 5394-5409.
- [9] 赵萌萌, 何立明, 刘芳芳. 基于 IRS 辅助的 OFDM-IM 系统设计[J]. 电信科学, 2023, 39(7): 59-67.
Zhao M M, He L M, Liu F F. Design of OFDM-IM system based on IRS-assisted[J]. Telecommunications Science, 2023, 39(7): 59-67.
- [10] Kim M, Park D. Rate-energy region of MIMO systems with sustainable intelligent reflecting surface[J]. ICT Express, 2022, 8(3): 438-443.
- [11] Kim M, Park D. Intelligent reflecting surface-aided MIMO secrecy rate maximization[J]. ICT Express, 2022, 8(4): 518-524.
- [12] Ning B Y, Chen Z, Chen W J, et al. Beamforming optimization for intelligent reflecting surface assisted MIMO: a sum-path-gain maximization approach[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2020, 9(7): 1105-1109.
- [13] 朱路虎, 王安定. 一种基于 ADMM 的多用户联合的 RIS 信道估计方案[J]. 电信科学, 2024, 40(12): 74-85.
Zhu L H, Wang A D. Multi-user joint RIS channel estimation based on ADMM[J]. Telecommunications Science, 2024, 40(12): 74-85.
- [14] Sirojuddin A, Putra D D, Huang W J. Low-complexity sum-capacity maximization for intelligent reflecting surface-aided MIMO systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(7): 1354-1358.
- [15] Jadidi M, Mohamed-Pour K, Sirojuddin A. Capacity maximization for double reconfigurable intelligent surface-assisted MIMO system[C]//Proceedings of the 2024 11th International Symposium on Telecommunications (IST). Piscataway: IEEE Press, 2024: 166-170.
- [16] Liu Q, Zhou B P, Zhou J, et al. Low-complexity sum-rate maximization for multi-IRS-assisted V2I systems[J]. Electronics, 2025, 14(14): 2750.
- [17] Zhu G Y, Hu J F, Zhong K, et al. Sum-path-gain maximization for IRS-aided MIMO communication system via Riemannian gradient descent network[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2024, 31: 51-55.
- [18] Zhong K, Hu J F, Li H Y, et al. RIS-aided beamforming design for MIMO systems via unified manifold optimization[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(1): 674-685.
- [19] Petersen K B, Pedersen M S. The matrix cookbook[J]. Technical University of Denmark, 2008, 7(15): 510.
- [20] Guo H Y, Liang Y C, Chen J, et al. Weighted sum-rate maximization for reconfigurable intelligent surface aided wireless networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(5): 3064-3076.
- [21] Liu R, Li M, Liu Q, et al. Joint symbol-level precoding and reflecting designs for IRS-enhanced MU-MISO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(2): 798-811.

[作者简介]



潘蒙蒙 (1998-), 女, 浙江科技大学人工智能与信息工程学院硕士生, 主要研究方向为智能反射面相位优化。



王中鹏 (1966-), 男, 博士, 浙江科技大学人工智能与信息工程学院教授, 主要研究方向为无线通信、智能反射面相位优化。