



研究与开发

基于变分贝叶斯推断的XL-MIMO 系统近场空间非平稳信道估计

许秋元, 曹海燕, 凌海坤, 许晟豪, 许芳敏

(杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对XL-MIMO系统存在的近场效应和空间非平稳效应, 提出了一种联合同步正交匹配追踪(simultaneous orthogonal matching pursuit, SOMP)与变分贝叶斯推断(variational Bayesian inference, VBI)的无网格信道估计方案。首先, 基于分组时间块码(group time block code, GTBC)提取各子阵列的接收信号, 将整个天线阵列上的空间非平稳信道估计问题转化为各个子阵列上的空间平稳信道估计问题。然后, 基于SOMP算法实现对各子阵列稀疏信道支撑集的获取。最后, 利用获取的支撑集构造简化码本, 并利用VBI迭代更新码本矩阵和复路径增益期望矩阵, 实现各子阵列上的信道估计, 进而获得整个阵列上的估计信道。仿真结果表明, 与GP-SOMP算法、GP-SIGW算法相比, 所提出的信道估计方案在信道估计的归一化均方误差(normalized mean square error, NMSE)上均有明显的性能提升。

关键词: XL-MIMO; 近场; 空间非平稳; 信道估计; 同步正交匹配追踪; 变分贝叶斯推断

中图分类号: TN92

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.DXKX250623

Near-field spatially non-stationary channel estimation for XL-MIMO systems based on variational Bayesian inference

Xu Qiuyuan, Cao Haiyan, Ling Haikun, Xu Shenghao, Xu Fangmin

School of Communications Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: A gridless channel estimation scheme combining simultaneous orthogonal matching pursuit (SOMP) and variational Bayesian inference (VBI) was proposed to address the near-field effect and spatial non-stationary effect in XL-MIMO systems. Firstly, based on group time block code (GTBC), the received signals of each subarray were extracted, and the spatial non-stationary channel estimation problem over the entire antenna array was transformed into a spatial stationary channel estimation problem for each subarray. Subsequently, the SOMP algorithm was employed to obtain the sparse channel support set for each subarray. Finally, a simplified codebook was constructed using the obtained support set, and the codebook matrix and the complex path gain expectation matrix were iteratively updated

收稿日期: 2025-10-24; 修回日期: 2026-03-29

通信作者: 曹海燕, caohy@hdu.edu.cn

基金项目: 浙江省教育厅科研项目 (No.Y202351797)

Foundation Item: Scientific Research Project of Zhejiang Provincial Department of Education(No.Y202351797)



by means of VBI, enabling channel estimation for each subarray and thereby obtaining the estimated channel for the entire array. Simulation results demonstrate that, compared with the GP-SOMP and GP-SIGW algorithms, the proposed channel estimation scheme achieves significant performance improvement in terms of normalized mean square error (NMSE).

Key words: XL-MIMO, near-field, spatial non-stationary, channel estimation, simultaneous orthogonal matching pursuit, variational Bayesian inference

0 引言

目前, 5G 系统已经实现商用, 大规模多输入多输出 (multiple input multiple output, MIMO) 是 5G 的关键技术之一^[1], 在未来的 6G 中, 超大规模 MIMO (extremely large-scale MIMO, XL-MIMO) 系统的天线数量将远超大规模 MIMO 系统。高频通信凭借毫米波或太赫兹频段的丰富频谱资源, 可提供大量可用带宽, 且高频天线的尺寸较小, 便于部署大量天线, 因此高频 XL-MIMO 被视为 6G 的关键技术^[2]。由于高频射频链功耗较高, XL-MIMO 系统中通常采用混合预编码架构^[3]。

信道估计旨在获取准确的信道状态信息 (channel state information, CSI), 而准确的 CSI 是充分发挥 XL-MIMO 优势的前提。对于 XL-MIMO 系统, 随着天线数的增加和电磁波频率的升高, 电磁场结构发生变化, 瑞利距离可达几十米甚至上百米, 电磁场根据瑞利距离分为远场区域和近场区域^[4]。近场信道模型需考虑球面波前, 这破坏了广泛用于远场信道估计的信道角域稀疏性, 使得适用于远场信道估计的算法无法直接应用于近场场景。文献[5]在极域中对近场信道进行了稀疏表示, 并提出了在网格上的极域正交匹配追踪 (polar-domain simultaneous orthogonal matching pursuit, P-SOMP) 算法。然而, P-SOMP 估计出的角度和距离均依赖于网格划分, 对应于离散的采样角度-距离对, 而实际中的角度和距离是连续分布的, 即存在网格失配问题。为进一步提高近场信道的估计精度, 文献[5]又提出了无网格的

极域同步无网格加权 (polar-domain simultaneous gridless weighted, P-SIGW) 算法。

除此之外, 天线数量的增加还导致天线阵列尺寸的增大, 天线阵列的不同区域可能对不同的散射体或用户可见, 换言之, 不同的传播路径可能作用于天线阵列的不同区域, 这一现象称为空间非平稳效应。为解决空间非平稳信道估计问题, 文献[6]提出了一种基于子阵列的信道估计算法, 该算法将天线阵列分为若干个子阵列, 并假设每个子阵列内信道具有空间平稳性。此外, 文献[7]提出了自适应分组稀疏贝叶斯学习 (adaptive grouping sparse Bayesian learning, AGSBL) 信道估计方案。文献[8]提出了基于期望最大化 (expectation maximization, EM) 的双线性贝叶斯推断算法来解决空间非平稳信道估计问题。文献[9]提出了一种新的隐马尔可夫模型的结构化先验, 并结合 Turbo 正交近似消息传递 (orthogonal approximate message passing, OAMP) 算法, 实现了低复杂度的信道估计。然而, 以上信道估计方案均基于全数字预编码架构设计, 不适用于混合预编码架构。文献[10]提出了一种基于分组时间块码的子阵列信号提取方案, 以适应混合预编码架构, 并基于文献[5]中的算法, 分别提出了基于网格的 GP-SOMP 算法和无网格的 GP-SIGW 算法。然而, 这两种算法对噪声的处理效果仍有待提升。

综上所述, 为在采用混合预编码架构的 XL-MIMO 系统中有效抑制噪声对信道估计结果的影响, 并提升信道估计精度, 本文提出了一种基于变分贝叶斯推断的无网格信道估计算法。该算法

首先采用基于分组时间块码 (group time block code, GTBC) 的子阵列信号提取方案获取各子阵列的接收信号。由于变分贝叶斯推断涉及多次迭代和矩阵求逆运算, 因此, 为了降低算法的计算复杂度, 算法在初始阶段先基于 SOMP 算法获取每个子阵列对应子信道的支撑集, 再根据支撑集对应的近场阵列响应矢量构建简化码本矩阵。随后, 采用基于变分 EM 框架的贝叶斯推断方法, 引入噪声先验, 通过迭代顺序更新简化码本矩阵和复路径增益期望矩阵。在迭代过程中, 噪声的逆方差也不断更新。

1 系统模型

1.1 信号模型

本文考虑一种基于时分双工 (time division duplexing, TDD) 的 XL-MIMO 正交频分复用 (Orthogonal frequency-division multiplexing, OFDM) 无线通信系统。基站 (base station, BS) 端采用全连接混合预编码架构且配备了 N 根天线的超大规模均匀线性阵列 (天线间距 $d = \lambda_c/2$, λ_c 表示中心载波波长) 和 N_{RF} 条射频链, 其中 $N_{\text{RF}} \ll N$ 。 M 个子载波同时服务 K 个单天线用户。对于上行信道估计, 本文假设单天线用户向 BS 发送互相正交的导频序列。在这种情况下, 每个用户的信道估计是独立的, 且不会受到其他用户的干扰。

由于基站采用了混合预编码架构, 本文考虑任意一个单天线用户, 定义其在第 m 个子载波第 p 个时隙的发送导频为 $s_{m,p}$, 对应在 BS 的接收导频为 $y_{m,p}$, 则有:

$$y_{m,p} = A_p h_m s_{m,p} + A_p n_{m,p} \quad (1)$$

其中, $A_p \in \mathbb{C}^{N_{\text{RF}} \times N}$ 表示模拟组合矩阵, A_p 中每个元素都满足恒模约束, 即 $|A_p(i,j)| = 1/\sqrt{N}$; $h_m \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示第 m 个子载波的信道; $n_{m,p} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示复高斯噪声, 其服从复高斯分布 $\text{CN}(\theta, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$, 其中 σ^2 表示方差, $\mathbf{I}_N$ 表示 N 阶单位

矩阵。

假设一共发送的导频长度为 P , 且发送的导频 $s_{m,p} = 1$, $p = 1, 2, \dots, P$ 。则基站接收到的第 m 个子载波的导频信号为:

$$\mathbf{y}_m = [\mathbf{y}_{m,1}^T, \mathbf{y}_{m,2}^T, \dots, \mathbf{y}_{m,P}^T]^T \quad (2)$$

合并每一个时隙的模拟组合矩阵 A_p , $p = 1, 2, \dots, P$, 则整体模拟组合矩阵 $\mathbf{A}$ 可表示为:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1^T, \mathbf{A}_2^T, \dots, \mathbf{A}_P^T]^T \quad (3)$$

则有:

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{A} \mathbf{h}_m + \mathbf{n}_m \quad (4)$$

其中, $\mathbf{n}_m = [\mathbf{n}_{m,1}^T \mathbf{A}_1^T, \mathbf{n}_{m,2}^T \mathbf{A}_2^T, \dots, \mathbf{n}_{m,P}^T \mathbf{A}_P^T]^T$ 表示等效噪声。

1.2 近场空间非平稳信道模型

在 XL-MIMO 系统中, 由于阵列天线尺寸较大, 区分电磁场远场区域和近场区域的瑞利距离可达数百米, 这使得用户/散射体位于基站的近场区域内。考虑球面波前, 近场信道模型可表示为:

$$\mathbf{h}_m = \sqrt{\frac{N}{L}} \sum_{l=1}^L g_l e^{-jk_m r_l} \mathbf{b}(\theta_l, r_l) \quad (5)$$

其中, L 表示总路径数; g_l 表示第 l 条路径的路径增益; $k_m = 2\pi f_m/c$ 表示波数, c 表示光速, f_m 表示第 m 个子载波的频率; $\mathbf{b}(\theta_l, r_l)$ 为近场阵列响应矢量。

近场信道模型如图 1 所示。以天线阵列中心作为参考点, r_l 表示第 l 条路径天线阵列中心参考点到用户/散射体的距离, 近场阵列响应矢量可表示为:

$$\mathbf{b}(\theta_l, r_l) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[e^{-jk_c(r_l^{(0)} - r_l)}, \dots, e^{-jk_c(r_l^{(N-1)} - r_l)} \right]^T \quad (6)$$

其中, $k_c = 2\pi f_c/c$ 表示中心载波处的波数, f_c 为中心载波处的频率; $r_l^{(n)}$ 表示第 l 条路径下第 n 根天线到用



户/散射体的距离, $r_l^{(n)} = \sqrt{r_l^2 + \delta_n^2 d^2 - 2r_l \delta_n d \sin(\theta_l)}$,

$$\delta_n = \frac{2n - N + 1}{2}, n = 0, 1, \dots, N - 1.$$

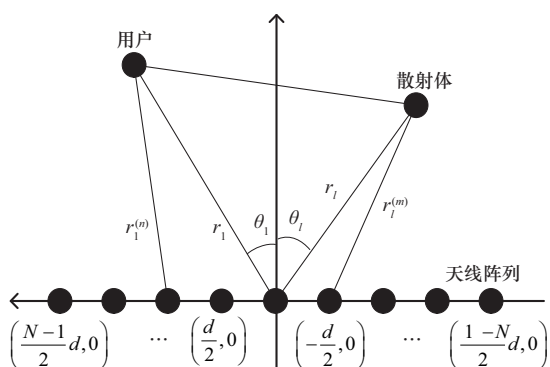


图1 近场信道模型

对于近场信道 $\mathbf{h}_m$, 文献[5]已经提出了一种极域变换矩阵 $\mathbf{W}$, 以 $\mathbf{W}$ 作为稀疏字典矩阵, 可以得到近场信道极域 $\mathbf{h}_m^{\text{Pn}}$, 表示如下:

$$\mathbf{h}_m = \mathbf{W} \mathbf{h}_m^{\text{Pn}} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{W}$ 中的列向量都是近场阵列响应矢量 $\mathbf{b}(\theta_n, r_n^q)$, 且每一个 $\mathbf{b}(\theta_n, r_n^q)$ 都由一组确定的采样角度 θ_n 和采样距离 r_n^q 决定, r_n^q 表示在采样角度 θ_n 处的第 q 个采样距离。

阵列孔径的增大除了引起近场的球面波前特性外, 还会造成空间非平稳效应, 即不同的散射体或用户仅对部分天线单元可见。具有空间非平稳效应的 XL-MIMO 系统如图2所示。这意味着作用于不同天线单元的传播路径在构成上可能并不完全相同, 考虑空间非平稳效应, 式(5)应改写为:

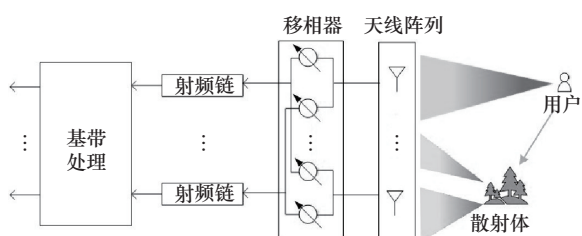


图2 具有空间非平稳效应的XL-MIMO系统

$$\mathbf{h}_m = \sqrt{\frac{N}{L}} \sum_{l=1}^L g_l e^{-jk_m r_l} \mathbf{b}(\theta_l, r_l) \odot \mathbf{v}(\mathbf{Y}_l) \quad (8)$$

其中, $\odot$ 表示哈达玛积 (Hadamard product), $\mathbf{v}(\mathbf{Y}_l) \in \mathcal{R}^{N \times 1}$ 表示第 l 条路径的可视区域, $\mathbf{Y}_l$ 表示位于第 l 条路径可视区域的天线索引。对于第 n 根天线, 如果它位于第 l 条路径的可视区域, 则 $\mathbf{v}(\mathbf{Y}_l)[n, 1]$ 为 1, 反之为 0, 即 $\mathbf{v}(\mathbf{Y}_l)$ 的第 n 个分量为:

$$\mathbf{v}(\mathbf{Y}_l)[n, 1] = \begin{cases} 1, & n \in \mathbf{Y}_l \\ 0, & n \notin \mathbf{Y}_l \end{cases} \quad (9)$$

虽然对于整个天线阵列, 信道在空间上表现出非平稳特性, 但是将整个阵列划分为若干个子阵列后, 可以认为每个子阵列上的子信道是空间平稳的^[10-11]。假设将整个天线阵列划分为 N_s 个子阵列, 每个子阵列含有 N/N_s 根天线 (N/N_s 为整数)。

为此, 定义集合 $\tilde{\mathbf{Y}}_l$ 记录位于第 l 条路径可视区域内的子阵列索引 i_l , $1 \leq i_l \leq N_s$, 则式(9)可改写为:

$$\mathbf{v}(\mathbf{Y}_l)[n, 1] = \begin{cases} 1, & \left\lfloor \frac{nN_s}{N} \right\rfloor \in \tilde{\mathbf{Y}}_l \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

2 基于变分贝叶斯推断的近场空间非平稳信道估计方案

2.1 基于分组时间块码的子阵列信号提取方案

由于在每个子阵列上的信道被认为是空间平稳的, 文献[10]提出了一种基于 GTBC 的信号提取方案。该方案能分别提取出每个子阵列的接收信号, 从而将对整个天线阵列的空间非平稳信道估计转化为一组对子阵列的空间平稳信道估计。具体而言, 在编码阶段, 对应于每个子阵列的模拟组合矩阵会依据 GTBC 的不同时隙进行整体变化, 从而在时域上为每个子阵列的接收信号建立相关性。将整个天线阵列划分为 N_s 个子阵列, 则式(1)可以改写为:

$$\mathbf{y}_{m,p} = [\mathbf{A}_{p,1}, \mathbf{A}_{p,2}, \dots, \mathbf{A}_{p,N_s}]$$

$$[\mathbf{h}_{m,1}^T, \mathbf{h}_{m,2}^T, \dots, \mathbf{h}_{m,N_s}^T]^T + \mathbf{A}_p \mathbf{n}_{m,p} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{h}_{m,s} \in \mathcal{C}^{\frac{N}{N_s} \times 1}$ 表示第 s ($1 \leq s \leq N_s$) 个子阵列在第 m 个子载波下对应的子信道; $\mathbf{A}_{p,s}$ 表示在第 p 个时隙对应于第 s 个子阵列的模拟组合矩阵, 即 $\mathbf{A}_p = [\mathbf{A}_{p,1}, \mathbf{A}_{p,2}, \dots, \mathbf{A}_{p,N_s}]$ 。

为了分离 N_s 个子阵列的接收信号, GTBC 人为地设计连续 N_s 个时隙的模拟组合矩阵以构造时间相关性, 使得在解码阶段能够提取出每个子阵列的接收信号。以第 p 个时隙为例, $\mathbf{A}_p$ 完全随机生成。

在第 p 个时隙后面的 $N_s - 1$ 个时隙对应的模拟组合矩阵 $\mathbf{A}_{p+1}, \mathbf{A}_{p+2}, \dots, \mathbf{A}_{p+N_s-1}$ 由式 (12) 构造生成:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \\ \mathbf{A}_{p+1} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{p+N_s-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{p,1} & \mathbf{A}_{p,2} & \cdots & \mathbf{A}_{p,N_s} \\ \mathbf{A}_{p,1} & \mathbf{A}_{p,2} & \cdots & \mathbf{A}_{p,N_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{p,1} & \mathbf{A}_{p,2} & \cdots & \mathbf{A}_{p,N_s} \end{bmatrix} \odot \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{N_s} \otimes \mathbf{I}_{N_{RF} \times \frac{N}{N_s}} \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中, $\otimes$ 表示克罗内克积 (Kronecker product); $\mathbf{A}_{N_s}$ 为 N_s 阶哈达玛矩阵, 并假设 $N_s = 2^k$, k 为正整数, 则有 $\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{A}_{2^k} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{2^{k-1}} & \mathbf{A}_{2^{k-1}} \\ \mathbf{A}_{2^{k-1}} & -\mathbf{A}_{2^{k-1}} \end{bmatrix}$ 。

在解码阶段, 假设一共发送 P 个时隙的导频信号, 将每连续的 N_s 个导频时隙作为一个导频传输组, 则对于第 i ($i = 1, 2, \dots, P/N_s$) 个导频传输组, 在第 m 个子载波下可以提取各子阵列的接收导频信号表示如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{m,i,1}^T \\ \mathbf{z}_{m,i,2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{m,i,N_s}^T \end{bmatrix} = \frac{1}{N_s} \mathbf{A}_{N_s} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{m,(i-1)N_s+1}^T \\ \mathbf{y}_{m,(i-1)N_s+2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{m,iN_s}^T \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{z}_{m,i,s}^T$ 表示第 m 个子载波, 第 i 个导频传输组下第 s 个子阵列接收到的导频信号。

联立所有导频传输组, 可以得到所有子阵列对应的接收信号, 第 s 个子阵列对应的接收信号可以表示为:

$$\mathbf{z}_{m,s} = [\mathbf{z}_{m,1,s}^T, \mathbf{z}_{m,2,s}^T, \dots, \mathbf{z}_{m,P/N_s,s}^T]^T$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,s} \\ \mathbf{A}_{N_s+1,s} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{P-N_s+1,s} \end{bmatrix} \mathbf{h}_{m,s} + \tilde{\mathbf{n}}_{m,s} \quad (14)$$

$$= \mathbf{A}_{\text{sub},s} \mathbf{h}_{m,s} + \tilde{\mathbf{n}}_{m,s}$$

其中, $\tilde{\mathbf{n}}_{m,s} = [\mathbf{n}_{m,1,s}^T, \mathbf{n}_{m,2,s}^T, \dots, \mathbf{n}_{m,P/N_s,s}^T]^T$, $\mathbf{n}_{m,i,s}^T =$

$$\frac{1}{N_s} \mathbf{A}_{N_s}[s, :] \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{(i-1)N_s+1} \mathbf{n}_{m,(i-1)N_s+1})^T \\ (\mathbf{A}_{(i-1)N_s+2} \mathbf{n}_{m,(i-1)N_s+2})^T \\ \vdots \\ (\mathbf{A}_{iN_s} \mathbf{n}_{m,iN_s})^T \end{bmatrix}$$

表示第 i 个导频组的有色噪声。

GTBC 方案利用哈达玛矩阵, 在每 N_s 个导频时隙中提取出各子阵列在一个导频时隙内的接收信号。该方案将整个阵列的空间非平稳信道估计问题转化为各子阵列的空间平稳信道估计问题, 从而使得 SOMP 算法能够应用于空间非平稳信道估计。然而, 极域变换矩阵是在网格上生成的, 这限制了信道估计的性能上限。为此, 本文提出一种基于变分贝叶斯推断的无网格空间非平稳信道估计算法。

2.2 基于变分贝叶斯推断的无网格信道估计方案

对于任意一个用户, 将式 (7) 代入式 (14), 对应于第 s 个子阵列的第 m 个子载波的接收导频可以表示为:

$$\mathbf{z}_{m,s} = \mathbf{A}_{\text{sub},s} \mathbf{W}_{N_s} \mathbf{h}_{m,s}^{\text{Pn}} + \tilde{\mathbf{n}}_{m,s} = \boldsymbol{\Psi}_s \mathbf{h}_{m,s}^{\text{Pn}} + \tilde{\mathbf{n}}_{m,s} \quad (15)$$

其中, $\mathbf{W}_{N_s} = [\mathbf{b}(\theta_1, r_1^1), \dots, \mathbf{b}(\theta_1, r_1^{P_1}), \dots,$



$\mathbf{b}(\theta_{N/N_s}, r_{N/N_s}^1), \dots, \mathbf{b}(\theta_{N/N_s}, r_{N/N_s}^{Q_{N/N_s}})$ 表示 N/N_s 维近场阵列响应矢量组成的极域变换矩阵, Q_n 表示在采样角度 θ_n 处采样距离的个数, $n=1, 2, \dots, N/N_s$ 。因此 $\mathbf{W}_{N_s}$ 的总列数为 $Q = \sum_{n=1}^{N/N_s} Q_n$ 。 $\mathbf{\Psi}_s = \mathbf{A}_{\text{sub},s} \mathbf{W}_{N_s}$ 表示感知矩阵。联立所有子载波, 第 s 个子阵列的总接收导频可以表示为 $\mathbf{Z}_s = [\mathbf{z}_{1,s}, \mathbf{z}_{2,s}, \dots, \mathbf{z}_{M,s}]$ 。

由于 $\tilde{\mathbf{n}}_{m,s}$ 是有色噪声, 需要对每个子阵列的接收信号进行预白化处理。 $\tilde{\mathbf{n}}_{m,s}$ 的协方差矩阵表示为:

$$\mathbf{C} = \mathcal{E}(\tilde{\mathbf{n}}_{m,s} \tilde{\mathbf{n}}_{m,s}^H) = \text{blkdiag}(\sigma^2 \mathbf{\Gamma}_1, \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_2, \dots, \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{P/N_s}) \quad (16)$$

其中, $\text{blkdiag}(\cdot)$ 表示构造块对角矩阵, $\mathbf{\Gamma}_i = \left(\sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{A}_{(i-1)N_s+j} \mathbf{A}_{(i-1)N_s+j}^H \right) / N_s^2$ 。

对 $\tilde{\mathbf{n}}_{m,s}$ 的协方差矩阵 $\mathbf{C}$ 作 Cholesky 分解, 则 $\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{D} \mathbf{D}^H$ 。将 $\mathbf{D}^{-1}$ 作为预白化矩阵, 预白化后的接收信号为:

$$\tilde{\mathbf{z}}_{m,s} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{z}_{m,s} = \bar{\mathbf{\Psi}}_s \mathbf{h}_{m,s}^{\text{Pn}} + \bar{\mathbf{n}}_{m,s} \quad (17)$$

其中, $\bar{\mathbf{\Psi}}_s = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{\Psi}_s$, $\bar{\mathbf{n}}_{m,s} = \mathbf{D}^{-1} \tilde{\mathbf{n}}_{m,s}$ 均表示白噪声。由于子载波的带宽和中心频率相比很小, 不同子载波被认为具有共同的支撑集, 因此可以联立所有子载波的接收信号, 以降低算法复杂度。第 s 个子阵列对应的总接收信号可以表示为:

$$\bar{\mathbf{Z}}_s = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{Z}_s = \bar{\mathbf{\Psi}}_s \mathbf{X}_s + \mathbf{N}_s \quad (18)$$

其中, $\bar{\mathbf{Z}}_s = [\bar{\mathbf{z}}_{1,s}, \bar{\mathbf{z}}_{2,s}, \dots, \bar{\mathbf{z}}_{m,s}]$, $\mathbf{X}_s = [\mathbf{h}_{1,s}^{\text{Pn}}, \mathbf{h}_{2,s}^{\text{Pn}}, \dots, \mathbf{h}_{M,s}^{\text{Pn}}]$, $\mathbf{N}_s = [\bar{\mathbf{n}}_{1,s}, \bar{\mathbf{n}}_{2,s}, \dots, \bar{\mathbf{n}}_{M,s}]$ 。文献[10]提出的 GP-SOMP 算法通过每个子阵列对应的 $\bar{\mathbf{Z}}_s$ 和 $\bar{\mathbf{\Psi}}_s$ 分别估计出每个子阵列对应的子信道, 再合并子信道, 从而得到整个信道。

本文提出的信道估计方案将每个子信道的信道估计分为两个阶段。第一阶段先采用同步正交匹配算法获取每个子信道对应的初始支撑集, 用于构造简化的码本矩阵。第二阶段采用变分贝叶斯推断迭代更新各子阵列对应的简化码本中的角

度和距离参数, 以及复路径增益期望矩阵。将最终更新得到的各子阵列对应的简化码本矩阵和复路径增益期望矩阵相乘, 得到各子阵列对应的估计子信道, 合并子信道后即可得到整个估计信道。具体算法步骤如算法 1 所示 (上标 (t) 表示第 t 次迭代)。

算法 1: 基于变分贝叶斯的无网格近场空间非平稳信道估计算法

输入: 接收导频 $\mathbf{Y}$, 模拟组合矩阵 $\mathbf{A}$, 待检测测路径数 $\hat{L}$, 子阵列数 N_s , 导频数 P , 极域变换矩阵 $\mathbf{W}_{N_s}$, 子载波数 M

(1) for $i \in \{1, 2, \dots, P/N_s\}$

(2) 根据式 (13) 提取第 i 个导频传输组所有子阵列对应的接收信号

(3) end for

(4) 合并每个子阵列不同导频传输组的接收信号, 得到各个子阵列对应的总接收信号 $\mathbf{Z}_s$

(5) 计算噪声协方差矩阵 $\mathbf{C} = \text{blkdiag}(\mathbf{\Gamma}_1, \mathbf{\Gamma}_2, \dots, \mathbf{\Gamma}_{P/N_s})$

(6) 对 $\mathbf{C}$ 作 Cholesky 分解: $\mathbf{C} = \mathbf{D} \mathbf{D}^H$, 得到预白化矩阵 $\mathbf{D}^{-1}$

(7) for $s \in \{1, 2, \dots, N_s\}$

(8) 预白化处理: $\bar{\mathbf{Z}}_s = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{Z}_s$, $\bar{\mathbf{\Psi}}_s = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_{\text{sub},s} \mathbf{W}_{N_s}$

第一阶段:

初始化: 令初始残差 $\mathbf{R} = \bar{\mathbf{Z}}_s$, 初始支撑集 $\mathbf{\Xi} = \{\emptyset\}$

(9) for $l \in \{1, 2, \dots, \hat{L}\}$

(10) 计算相关性矩阵 $\Phi = (\bar{\mathbf{\Psi}}_s)^H \mathbf{R}$

(11) 选取索引: $q^* = \arg\max_q \sum_{m=1}^M |\Phi(q, m)|^2$

(12) 更新支撑集: $\mathbf{\Xi} = \mathbf{\Xi} \cup q^*$

(13) 更新稀疏信道参数: $\mathbf{X}_s[\mathbf{\Xi}, :] = \bar{\mathbf{\Psi}}_s^\dagger[:, \mathbf{\Xi}] \bar{\mathbf{Z}}_s$

(14) 更新残差 $\mathbf{R} = \bar{\mathbf{Z}}_s - \bar{\mathbf{\Psi}}_s[:, \mathbf{\Xi}] \mathbf{X}_s[\mathbf{\Xi}, :]$

(15) end for

第二阶段:

(16) 根据第一阶段得到的支撑集 Ξ 构造简化的码本矩阵 $\mathbf{W}_{\text{sub},s} = \mathbf{W}_{N_s}[:, \Xi]$, 并获取对应的估计距离 $\hat{\mathbf{r}}^{(0)} = [\hat{r}_1^{(0)}, \hat{r}_2^{(0)}, \dots, \hat{r}_L^{(0)}]$ 和估计角度 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(0)} = [\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}, \dots, \hat{\theta}_L^{(0)}]$, 计算矩阵 $\tilde{\Psi}_s^{(0)} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_{\text{sub},s} \mathbf{W}_{\text{sub},s}$

初始化: $a=b=c=d=10^{-6}$, 迭代次数 $T=10$,

$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_m^{(0)} = \mathbf{I}_{L \times 1}, \hat{\beta}_m^{(0)} = 1, \hat{\Delta}_m^{(0)} = \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_m), m=1, 2, \dots, M$

(17) for $t \in \{1, 2, \dots, T\}$

(18) 根据式 (31) 更新协方差 $\Sigma_m^{(t)} = (\hat{\beta}_m^{(t-1)}$

$(\tilde{\Psi}_s^{(t-1)})^H \tilde{\Psi}_s^{(t-1)} + \hat{\Delta}^{(t-1)})^{-1}, m=1, 2, \dots, M$

(19) 根据式 (30) 更新期望 $\mu_m^{(t)} = \hat{\beta}_m^{(t-1)} \Sigma_m^{(t)}$

$(\tilde{\Psi}_s^{(t-1)})^H \bar{\mathbf{z}}_{m,s}$, 并计算期望矩阵: $\mathbf{U}^{(t)} = [\mu_1^{(t)}, \mu_2^{(t)}, \dots, \mu_M^{(t)}], m=1, 2, \dots, M$

(20) 根据式 (33)、式 (34)、式 (35)

和 $\mu_m^{(t)}, \Sigma_m^{(t)}$ 更新 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_m^{(t)}$ 和 $\hat{\Delta}_m^{(t)} = \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_m^{(t)}), m=1, 2, \dots, M$

(21) 根据式 (37)、式 (38)、式 (39)

和 $\tilde{\Psi}_s^{(t-1)}, \mu_m^{(t)}, \Sigma_m^{(t)}$ 更新 $\hat{\beta}_m^{(t)}, m=1, 2, \dots, M$

(22) 选择 Armijo 回溯线步长 l_1 , 根据

式 (43) 更新角度 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}$

(23) 选择 Armijo 回溯线步长 l_2 , 根据

式 (44) 更新距离 $\hat{\mathbf{r}}^{(t)}$

(24) 根据式 (47) 更新码本矩阵 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(t)}$,

计算矩阵 $\tilde{\Psi}_s^{(t)} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_{\text{sub},s} \mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(t)}$

(25) end for

(26) 计算第 s 个子阵列对应的子信道: $\hat{\mathbf{H}}_s = \mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(T)} \mathbf{U}^{(T)}$

(27) end for

输出: 整个阵列的估计信道 $\hat{\mathbf{H}} = [\hat{\mathbf{H}}_1^T, \hat{\mathbf{H}}_2^T, \dots, \hat{\mathbf{H}}_{N_s}^T]^T$

具体而言, 在步骤 (1) ~ (4) 采用 GTBC

子阵列信号提取方案, 提取各子阵列对应的接收信号。步骤 (5) ~ (6) 计算预白化矩阵。在第一阶段, 分别对每个子阵列上的子信道进行估计。步骤 (8) 先利用预白化矩阵对接收信号和感知矩阵进行预白化处理, 并将残差初始化为某一子阵列预白化后的接收信号。然后, 根据 SOMP 算法的思想开始迭代: 每次迭代先计算残差和感知矩阵的列相关性, 如步骤 (10) 所示。接着, 在步骤 (11) ~ (12) 中选取感知矩阵与残差相关性最大的一列对应的列索引, 并将其添加到支撑集 Ξ 中。在步骤 (13) 中, 通过正交最小二乘法更新稀疏信道参数矩阵, 其中非零元素代表各路径分量的复路径增益。在每次迭代结束时更新残差, 用于下一次迭代, 直到迭代次数等于待检测路径数。与 GP-SOMP 算法不同的是, 在第一阶段, 本文方案只需要获取最后一次迭代后每个子信道对应的支撑集 Ξ 。

在经过第一阶段的处理后, 以第 s 个子阵列为例, 在第 m 个子载波的接收信号 (预白化处理后) 可以表示为:

$$\bar{\mathbf{z}}_{m,s} = \tilde{\Psi}_s \tilde{\mathbf{x}}_{m,s} + \bar{\mathbf{n}}_{m,s} \quad (19)$$

其中, $\tilde{\Psi}_s = \bar{\mathbf{A}}_{\text{sub},s} \mathbf{W}_{\text{sub},s}$, $\bar{\mathbf{A}}_{\text{sub},s} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_{\text{sub},s}$, $\mathbf{W}_{\text{sub},s}$ 是根据第一阶段获取的支撑集构造的简化码本矩阵; $\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}$ 是对应的信道参数向量, 其中的元素代表各路径的复增益。

根据式 (19), 描绘 VBI 框架下子阵列在第 m 个子载波上的因子图, 如图 3 所示。

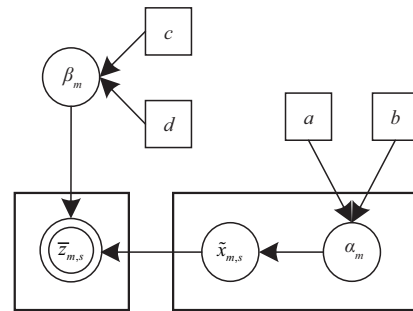


图3 VBI框架下子阵列在第 m 个子载波上的因子图



本文假设推断的向量 $\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}$ 在子载波之间相互独立, 且 $\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}$ 满足非平稳复高斯先验分布, 即

$$\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}|\mathbf{a}_m) = \text{CN}(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}|\mathbf{0}, \Delta_m^{-1}) \quad (20)$$

其中, $\rho(\cdot)$ 表示实际的概率密度函数 (probability density function, PDF); $\Delta_m = \text{diag}(\mathbf{a}_m)$, $\mathbf{a}_m \in \mathcal{C}^{L \times 1}$ 为精度参数向量, 将其每个元素都视为随机变量, 并遵循 Gamma 先验分布, 即:

$$\rho(\mathbf{a}_m) = \prod_{i=1}^L \Gamma(\mathbf{a}_{m,i}; a, b) \quad (21)$$

其中, $\Gamma(\mathbf{a}_{m,i}; a, b) = \Gamma(a)^{-1} b^a \mathbf{a}_{m,i}^{a-1} e^{-b\mathbf{a}_{m,i}}$, $\mathbf{a}_{m,i}$ 表示 $\mathbf{a}_m$ 的第 i 个元素, 对应 $\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}$ 的第 i 个元素的方差。

另外, 令噪声的逆方差 $\beta_m = \sigma^{-2}$ 为随机变量, 并遵循如下 Gamma 先验分布:

$$\rho(\beta_m) = \Gamma(\beta_m; c, d) \quad (22)$$

其中, $\Gamma(\beta_m; c, d) = \Gamma(c)^{-1} d^c \beta_m^{c-1} e^{-d\beta_m}$ 。

根据因子图可以推导出全概率公式:

$$P(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}, \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) = \rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}|\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \beta_m) \rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}|\mathbf{a}_m) \rho(\mathbf{a}_m) \rho(\beta_m) \quad (23)$$

常规的贝叶斯推断需要计算后验分布为:

$$P(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m|\bar{\mathbf{z}}_{m,s}) = \frac{\rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}, \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)}{\rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s})} \quad (24)$$

由于边缘似然 $\rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s})$ 无法解析计算, 因此采用变分 EM 框架, 并根据平均场理论, 假设 $\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}$ 、 $\mathbf{a}_m$ 和 β_m 之间满足后验独立性^[12], 即:

$$P(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m|\bar{\mathbf{z}}_{m,s}) \approx \zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) = \zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}) \zeta(\mathbf{a}_m) \zeta(\beta_m) \quad (25)$$

其中, $\zeta(\cdot)$ 表示近似的 PDF, 如 $\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s})$ 表示 $\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}$ 的近似 PDF。

根据贝叶斯定理, 对 $\rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s})$ 取对数^[13], 则有:

$$\text{Ln } \rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}) = F(\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)) + \text{KL}(\zeta\|\rho) \quad (26)$$

其中, $F(\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)) = \int \zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) \ln \left\{ \frac{\rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}, \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)}{\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)} \right\} d\tilde{\mathbf{x}}_{m,s} d\mathbf{a}_m d\beta_m$, $\text{KL}(\zeta\|\rho)$ 为

$\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m|\bar{\mathbf{z}}_{m,s})$ 与 $\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)$ 之间的 KL (Kullback-Leibler) 散度, $\text{KL}(\zeta\|\rho) =$

$$-\int \zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) \ln \left\{ \frac{\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m|\bar{\mathbf{z}}_{m,s})}{\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)} \right\} d\tilde{\mathbf{x}}_{m,s} d\mathbf{a}_m d\beta_m$$

VBI 的目标就是使近似后验分布尽可能接近真实后验分布。由于 $\text{KL}(\zeta\|\rho) \geq 0$ 且 $\text{Ln } \rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s})$ 为定值, 因此最小化 $\text{KL}(\zeta\|\rho)$ 等价于最大化 $F(\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m))$ 。当 $\text{KL}(\zeta\|\rho) = 0$ 时, $\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) = \zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)$ 。将等式代入 $F(\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m))$, 并忽略 $\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m)$ 的熵项, 则可得辅助函数:

$$\mathcal{L} = \mathcal{E}_{\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m|\bar{\mathbf{z}}_{m,s})} \{ \ln \rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}, \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) \} \quad (27)$$

其中, $\mathcal{E}_{\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m|\bar{\mathbf{z}}_{m,s})} \{ \cdot \}$ 表示对 $\rho(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m|\bar{\mathbf{z}}_{m,s})$ 的期望运算。

根据式 (20)、式 (21)、式 (22), 接收信号的条件 PDF 可以表示为:

$$\rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}|\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) = \text{CN}(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}|\tilde{\Psi}_s \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \beta_m^{-1} \mathbf{I}) \quad (28)$$

根据 VBI, $\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}$ 的近似后验 PDF 可由式 (29) 得出:

$$\begin{aligned} \ln \zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}) &= \mathbb{E}_{\zeta(\mathbf{a}_m) \zeta(\beta_m)} \{ \ln \rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}, \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \mathbf{a}_m, \beta_m) \} + \\ \text{const} &= -[\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}^H (\hat{\beta}_m \tilde{\Psi}_s^H \tilde{\Psi}_s + \hat{\Delta}_m) \tilde{\mathbf{x}}_{m,s} - \hat{\beta}_m \bar{\mathbf{z}}_{m,s}^H \tilde{\Psi}_s \tilde{\mathbf{x}}_{m,s} - \\ &\quad \hat{\beta}_m \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}^H \tilde{\Psi}_s^H \bar{\mathbf{z}}_{m,s}] + \text{const} \end{aligned} \quad (29)$$

其中, $\hat{\beta}_m = \mathbb{E}_{\zeta(\beta_m)}\{\beta_m\}$ 表示 β_m 在近似分布 $\zeta(\beta_m)$ 下的期望; $\hat{\Delta}_m = \text{diag}(\hat{\alpha}_m)$, $\hat{\alpha}_m = \mathbb{E}_{\zeta(\alpha_m)}\{\alpha_m\}$ 表示 α_m 在近似分布 $\zeta(\alpha_m)$ 下的期望。对比复高斯分布的对数形式, 可知 $\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s}) = \text{CN}(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s} | \boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m)$, 其中:

$$\boldsymbol{\mu}_m = \hat{\beta}_m \boldsymbol{\Sigma}_m \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s^H \bar{\mathbf{z}}_{m,s} \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_m = (\hat{\beta}_m \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s^H \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s + \hat{\Delta}_m)^{-1} \quad (31)$$

在 E 步, 计算并更新 $\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s})$, 而在 M 步, 则根据 E 步更新得到的 $\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s})$ 更新参数 $\hat{\alpha}_m$ 和 $\hat{\beta}_m$ 。具体地, 基于期望最大化 (EM) 方法, α_m 的近似后验分布由式 (32) 给出:

$$\begin{aligned} \ln \zeta(\alpha_m) &= \mathbb{E}_{\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s})\zeta(\beta_m)}\{\ln \rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}, \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \alpha_m, \beta_m)\} + \\ \text{const} &= \sum_{i=1}^L \left(a \ln(\alpha_{m,i}) - \left(b + |\boldsymbol{\mu}_{m,i}|^2 + \boldsymbol{\Sigma}_m[l, i] \right) \alpha_{m,i} \right) \\ &+ \text{const} \end{aligned} \quad (32)$$

其中, $|\boldsymbol{\mu}_{m,i}|^2$ 表示 $\boldsymbol{\mu}_m$ 的第 i 个元素模的平方, $\boldsymbol{\Sigma}_m[l, i]$ 表示 $\boldsymbol{\Sigma}_m$ 的第 (i, i) 个元素。

对比 Gamma 分布的对数形式, 可知 $\zeta(\alpha_m) =$

$$\prod_{i=1}^L \Gamma(\alpha_{m,i}; \tilde{a}, \tilde{b}_i), \quad \text{其中}, \quad (33)$$

$$\tilde{a} = a + 1$$

$$\tilde{b}_i = b + \boldsymbol{\mu}_{m,i}^2 + \boldsymbol{\Sigma}_m[l, i] \quad (34)$$

每次迭代后更新得到的 $\hat{\alpha}_m$ 可表示为:

$$\hat{\alpha}_m = [\hat{\alpha}_{m,1}, \hat{\alpha}_{m,2}, \dots, \hat{\alpha}_{m,L}]^T = \left[\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}_1}, \frac{\tilde{a}}{\tilde{b}_2}, \dots, \frac{\tilde{a}}{\tilde{b}_L} \right]^T \quad (35)$$

类似地, β_m 的近似后验分布可表示为:

$$\begin{aligned} \ln \zeta(\beta_m) &= \mathbb{E}_{\zeta(\tilde{\mathbf{x}}_{m,s})\zeta(\alpha_m)}\{\ln \rho(\bar{\mathbf{z}}_{m,s}, \tilde{\mathbf{x}}_{m,s}, \alpha_m, \beta_m)\} + \\ \text{const} &= \left(c - 1 + \frac{PN_{\text{RF}}}{N_s} \right) \ln \beta_m - \left(d + \|\bar{\mathbf{z}}_{m,s} - \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\mu}_m\|_2^2 + \right. \\ &\left. \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\Sigma}_m \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s^H) \right) \beta_m + \text{const} \end{aligned} \quad (36)$$

对比 Gamma 分布的对数形式, 可知 $\zeta(\beta_m) = \Gamma(\beta_m; \tilde{c}, \tilde{d})$, 其中,

$$\tilde{c} = c + \frac{PN_{\text{RF}}}{N_s} \quad (37)$$

$$\tilde{d} = d + \|\bar{\mathbf{z}}_{m,s} - \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\mu}_m\|_2^2 + \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\Sigma}_m \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s^H) \quad (38)$$

每次迭代后更新得到的 $\hat{\beta}_m$ 可表示为:

$$\hat{\beta}_m = \tilde{c} / \tilde{d} \quad (39)$$

为了细化简化的码本矩阵的角度和距离参数, 并提高信道估计精度, 在每次迭代更新 $\hat{\alpha}_m$ 和 $\hat{\beta}_m$ 后还需更新 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}$ [14], 忽略式 (27) 中与 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}$ 无关的项, 构造如下关于 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}$ 的目标函数:

$$F_{\mathbf{W}_{\text{sub},s}} = -\hat{\beta}_m \left(\|\bar{\mathbf{z}}_{m,s} - \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\mu}_m\|_2^2 + \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\Sigma}_m \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s^H) \right) \quad (40)$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}_{\text{sub},s} \mathbf{W}_{\text{sub},s}$, 由于不同的子载波共用同一码本矩阵, 因此在细化更新 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}$ 时, 需要同时考虑所有子载波。最终关于 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}$ 的目标函数可表示为:

$$\mathcal{L}_{\mathbf{W}_{\text{sub},s}} = \sum_{m=1}^M \hat{\beta}_m \left(\|\bar{\mathbf{z}}_{m,s} - \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\mu}_m\|_2^2 + \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s \boldsymbol{\Sigma}_m \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_s^H) \right) \quad (41)$$

根据式 (41), 在第 t 次迭代后, $\mathbf{W}_{\text{sub},s}$ 可表示如下:

$$\mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(t)} = \underset{\mathbf{W}_{\text{sub},s}}{\text{argmin}} \mathcal{L}_{\mathbf{W}_{\text{sub},s}} \quad (42)$$

其中, (t) 表示第 t 次迭代。

假设共进行 T 次迭代, 由于 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(t)}$ 无法进行显式计算, 因此本文采用 Armijo 回溯线搜索方法, 在每次迭代中按顺序更新码本矩阵的角度和距离参数, 在第 $t+1$ 次迭代时, 更新的码本矩阵的角度和距离参数可表示为:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)} - l_1 \nabla_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} \mathcal{L}_{\mathbf{W}_{\text{sub},s}}|_{\hat{\boldsymbol{\theta}}=\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}} \quad (43)$$



$$\frac{1}{\hat{r}^{(t+1)}} = \frac{1}{\hat{r}^{(t)}} - l_2 \nabla_{\frac{1}{\hat{r}}} \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s} \Big|_{\hat{r}=\hat{r}^{(t)}} \quad (44)$$

其中, l_1 和 l_2 分别为角度和距离倒数的 Armijo 回溯线搜索步长; $\nabla_{\hat{\theta}} \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}$ 和 $\nabla_{1/\hat{r}} \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}$ 分别表示角度和距离倒数的梯度, 可通过对 $\hat{L}$ 个角度或距离参数求偏导得到, 偏导公式如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \hat{\theta}_i} &= 2\bar{\beta} \mathbf{R} \\ &\left\{ \left(\mathbf{U}[i,:] (\tilde{\Psi}_s \mathbf{U} - \bar{\mathbf{Z}}_s)^H + \sum_{m=1}^M \Sigma_m[i,:] \tilde{\Psi}_s^H \right) \right. \\ &\quad \left. \bar{\mathbf{A}}_{\text{sub},s} \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\theta}_i, \hat{r}_i)}{\partial \hat{\theta}_i} \right\} \quad (45) \\ \frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \frac{1}{\hat{r}_i}} &= 2\bar{\beta} \mathbf{R} \\ &\left\{ \left(\mathbf{U}[i,:] (\tilde{\Psi}_s \mathbf{U} - \bar{\mathbf{Z}}_s)^H + \sum_{m=1}^M \Sigma_m[i,:] \tilde{\Psi}_s^H \right) \right. \\ &\quad \left. \bar{\mathbf{A}}_{\text{sub},s} \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\theta}_i, \hat{r}_i)}{\partial \frac{1}{\hat{r}_i}} \right\} \quad (46) \end{aligned}$$

其中, $i=1, 2, \dots, \hat{L}$, $\mathbf{U} = [\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\mu}_2, \dots, \boldsymbol{\mu}_M]$ 表示复路径增益期望矩阵; $\mathbf{U}[i,:]$ 、 $\Sigma_m[i,:]$ 分别表示矩阵 $\mathbf{U}$ 和 Σ_m 的第 i 行。 $\bar{\beta} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\beta}_m$ 。

由于不同子载波的噪声经过预白化处理后仍有同样的方差, 对不同子载波对应的噪声逆方差求均值能简化计算。最终得到关于角度和距离倒数的梯度:

$$\begin{aligned} \nabla_{\hat{\theta}} \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s} &= \left[\frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \hat{\theta}_1}, \frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \hat{\theta}_2}, \dots, \frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \hat{\theta}_{\hat{L}}} \right], \\ \nabla_{1/\hat{r}} \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s} &= \left[\frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \frac{1}{\hat{r}_1}}, \frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \frac{1}{\hat{r}_2}}, \dots, \frac{\partial \mathcal{L} \mathbf{w}_{\text{sub},s}}{\partial \frac{1}{\hat{r}_{\hat{L}}}} \right]. \end{aligned}$$

在更新得到 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)}$ 和 $\hat{\mathbf{r}}^{(t+1)}$ 后, 根据式 (6) 重新生成 N/N_s 维近场阵列响应矢量, 再重构出码本矩阵 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(t+1)}$, 即:

$$\mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(t+1)} = \left[\mathbf{b}(\hat{\theta}_1^{(t+1)}, \hat{r}_1^{(t+1)}), \mathbf{b}(\hat{\theta}_2^{(t+1)}, \hat{r}_2^{(t+1)}), \dots, \mathbf{b}(\hat{\theta}_{\hat{L}}^{(t+1)}, \hat{r}_{\hat{L}}^{(t+1)}) \right] \quad (47)$$

在最后一次迭代完成后, 便能得到各子阵列对应的估计子信道, 即:

$$\hat{\mathbf{H}}_s = \mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(T)} \mathbf{U}^{(T)} \quad (48)$$

在第二阶段, 针对每个子阵列, 首先根据第一阶段得到的支撑集构造简化码本矩阵, 并获取支撑集对应的估计距离和估计角度, 计算矩阵 $\tilde{\Psi}_s^{(0)}$ 用于后续迭代运算。根据 VBI, 初始化参数 a 、 b 、 c 、 d 以及精度参数向量的期望 $\hat{\mathbf{a}}_m$ 和噪声逆方差参数的期望 $\hat{\beta}_m$ 。基于 EM 框架, 在第 t 次迭代中依次更新参数 $\Sigma_m^{(t)}$ 、 $\boldsymbol{\mu}_m^{(t)}$ 、 $\mathbf{U}^{(t)}$ 、 $\hat{\mathbf{a}}_m^{(t)}$ 、 $\hat{\Delta}_m^{(t)}$ 和 $\hat{\beta}_m^{(t)}$, 对应算法①步骤 18~21。在步骤 22~23 中, 采用 Armijo 回溯线搜索方法依次更新 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}$ 和 $\hat{\mathbf{r}}^{(t)}$ 。步骤 (24) 根据更新得到的 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}$ 和 $\hat{\mathbf{r}}^{(t)}$ 重构码本矩阵 $\mathbf{W}_{\text{sub},s}^{(t)}$, 并计算矩阵 $\tilde{\Psi}_s^{(t)}$ 用于下一次迭代, 直到迭代次数等于待检测路径数。在步骤 (26) 中, 计算得到第 s 个子阵列上的估计子信道。

最终, 合并各子阵列上的估计子信道, 得到整个阵列的估计信道 $\hat{\mathbf{H}}$:

$$\hat{\mathbf{H}} = [\hat{\mathbf{H}}_1^T, \hat{\mathbf{H}}_2^T, \dots, \hat{\mathbf{H}}_{N_s}^T]^T \quad (49)$$

2.3 复杂度分析

本文所提信道估计方案的计算复杂度主要由第一阶段的同步正交匹配追踪过程和第二阶段的 VBI 过程决定。在算法 1 的第一阶段, 步骤 (10)、(11)、(13) 和 (14) 的计算复杂度分别为 $O(PN_{\text{RF}}MQ/N_s)$ 、 $O(QM)$ 、 $O(\hat{L}^2 PN_{\text{RF}}/N_s + \hat{L}PN_{\text{RF}}M/N_s)$ 和 $O(\hat{L}PN_{\text{RF}}M/N_s)$ 。由于 $\hat{L}$ 远小于 Q 且步骤 (10) ~

(14) 需要经过 $\hat{L}$ 次迭代, 因此第一阶段的主要计算复杂度可以表示为 $O(\hat{L}PN_{\text{RF}}MQ/N_s)$ 。

在算法1的第二阶段, 由于构造了简化码本, 使得 $\tilde{\Psi}_s \in \mathcal{C}^{(PN_{\text{RF}}/N_s) \times \hat{L}}$, 且 $\hat{L}$ 是一个较小的数, 步骤 (18) ~ (21) 的计算复杂度分别为: $O(\hat{L}^2PN_{\text{RF}}M/N_s)$ 、 $O(\hat{L}^2PN_{\text{RF}}M/N_s)$ 、 $O(\hat{L}M)$ 、 $O(\hat{L}P^2N_{\text{RF}}^2/N_s^2)$ 。另外, 在步骤 (22) 和 (23) 中, 计算复杂度主要考虑梯度的计算, 则步骤 (22) 和步骤 (23) 的计算复杂度均为 $O(\hat{L}PN_{\text{RF}}N/N_s^2)$ 。假设在第二阶段共进行 T 次迭代, 则第二阶段的复杂度可表示为: $O(T\hat{L}P^2N_{\text{RF}}^2/N_s^2 + T\hat{L}PN_{\text{RF}}N/N_s^2)$ 。

综上所述, 考虑所有子信道, 本文提出的近场空间非平稳信道估计方案的计算复杂度为 $O(\hat{L}PN_{\text{RF}}MQ + T(\hat{L}P^2N_{\text{RF}}^2/N_s + \hat{L}PN_{\text{RF}}N/N_s))$ 。本文所提方案和 GP-SOMP、GP-SIGW 算法的复杂度对比见表 1, 其中, N_{iter} 表示 GP-SIGW 算法的迭代次数。本文所提方案与同为无网格近场空间非平稳信道估计算法 GP-SIGW 的复杂度在同一数量级, 第一阶段的算法复杂度与 GP-SOMP 算法一致。

表 1 算法复杂度对比

算法	复杂度
GP-SOMP ^[10]	$O(\hat{L}PN_{\text{RF}}MQ)$
GP-SIGW ^[10]	$O(\hat{L}PN_{\text{RF}}MQ) + O(N_{\text{iter}}(P^2N_{\text{RF}}^2M/N_s + PN_{\text{RF}}M^2))$
本文方案	$O(\hat{L}PN_{\text{RF}}MQ) + O(T(\hat{L}P^2N_{\text{RF}}^2/N_s + \hat{L}PN_{\text{RF}}N/N_s))$

3 仿真分析

本文对所提出的近场空间非平稳信道估计方法进行仿真分析, 仿真在 MATLAB R2022a 平台上进行, 系统仿真参数设置见表 2。由于第一阶段极域变换矩阵是根据采样网格生成的, 第一阶段构造支撑集选取的索引数量应大于实际近场路径

数量, 因此待检测路径数设置为实际路径数的 2 倍^[5]。

表 2 系统仿真参数设置

系统参数	值
基站天线数 (N)	512
用户数 (K)	2
射频链数 (N_{RF})	4
子载波数 (M)	256
载波频率 (f_c)/GHz	100
带宽/MHz	100
到达角(θ)/rad	$\mathcal{U}(-\pi/3, \pi/3)$
近场路径数 (L)	3
待检测路径数 ($\hat{L}$)	6
迭代次数 (T)	10
迭代次数 (N_{iter})	20

本文采用归一化均方误差 (normalized mean square error, NMSE) 评估算法性能。

NMSE 可以表示为:

$$\text{NMSE} = \mathcal{E} \left(\left\| \mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}} \right\|_{\text{F}}^2 / \left\| \mathbf{H} \right\|_{\text{F}}^2 \right) \quad (50)$$

在固定信噪比为 5 dB, 用户/散射体与 BS 之间距离 d 为 10~20 m, 导频长度为 64, 子阵列数量为 4, 蒙特卡洛迭代次数为 50 次的条件下, 比较本文所提算法 (Proposed) 与文献[10]中的 GP-SOMP 算法、GP-SIGW 算法的平均运行时间。不同算法平均运行时间如图 4 所示。由图 4 可知, 本文所提算法的平均运行时间小于 GP-SIGW 算法。

在用户/散射体与 BS 之间距离 r 为 10~20 m、导频长度为 64、子阵列数量为 4 的条件下, 本文所提算法与采用 DFT 作为稀疏变换矩阵的 SWOMP 算法^[15] (OFT-SWOMP) 和 SS-SIGW-OLS 算法^[16] (OFT-SIGW), 文献[5]中的 P-SOMP 算法和 P-SIGW 算法, 文献[10]中的 GP-SOMP 算法和 GP-SIGW 算法以及 LS 算法在不同信噪比下的 NMSE 性能如图 5 所示。由于空间非平稳效应



的存在, 针对空间平稳信道估计问题的 SWOMP、SS-SIGW-OLS、P-SOMP 和 P-SIGW 算法均失效, 且这些算法的估计精度不会随信噪比增大而提高。P-SOMP 算法和 P-SIGW 算法由于考虑了近场效应, 性能要优于 SWOMP 算法和 SS-SIGW-OLS 算法。本文所提算法和 GP-SOMP 算法、GP-SIGW 算法的估计精度随着信噪比的增大而提高, 且本文所提算法要优于对比的所有方案, 这是因为相比 GP-SOMP 算法, 本文所提算法利用 VBI 优化了估计出的信道参数。与 GP-SIGW 算法相比, 虽然二者都是无网格的信道估计算法, 但是本文所提算法利用变分 EM 框架引入了噪声的逆方差, 在每次迭代优化过程中能更好地抑制噪声的影响, 使估计出的信道参数更接近实际。

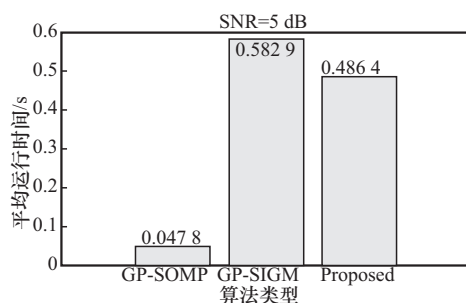


图4 不同算法平均运行时间

在导频长度为64, 子阵列数量为4, 用户/散射体与BS之间距离为350~400 m (即瑞利距离附近) 时, 本文所提算法与采用DFT作为稀疏变换矩阵的 SWOMP 算法^[15]和 SS-SIGW-OLS 算法^[16], 文献[5]中的P-SOMP算法和P-SIGW算法, 文献[10]中的GP-SOMP算法和GP-SIGW算法以及LS算法在不同信噪比下的NMSE性能如图6所示。在此条件下, 空间平稳信道估计的远场算法和近场算法的NMSE性能表现一致, 但由于未考虑空间非平稳效应, 在信噪比较高时, 其性能甚至不如LS算法, 因此被认为是失效的。本文所提算法仍然优于GP-SOMP算法和GP-SIGW算法。这表明本文所提算法适用于整个近场区域。

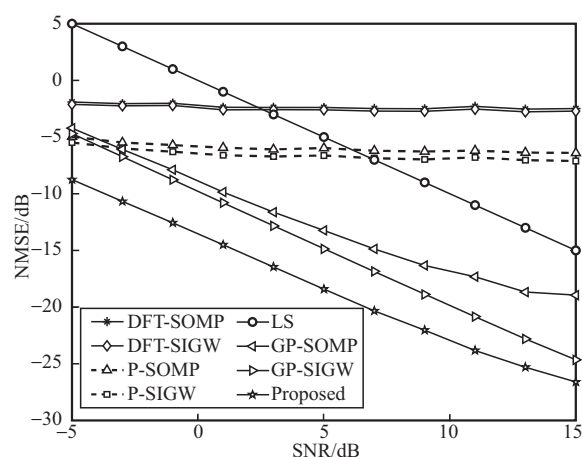


图5 不同信噪比下的NMSE(10 m ≤ r ≤ 20 m)

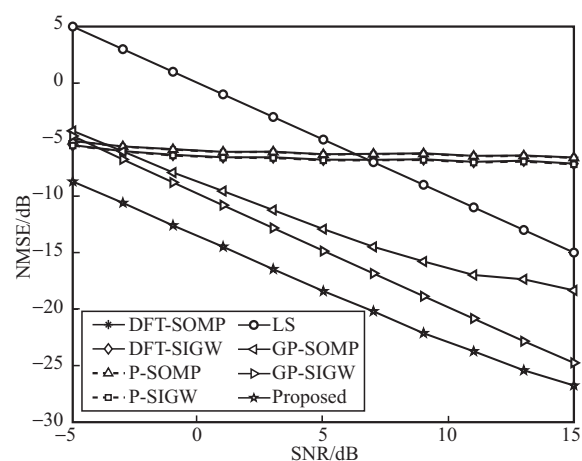


图6 不同信噪比下的NMSE(350 m ≤ r ≤ 400 m)

假设信噪比为10 dB, 子阵列数 $N_s=4$, 导频长度 P 从16增大到64, 即 $\frac{PN_{RF}}{N}$ 从1/8增大到1/2, 用户/散射体与BS之间距离 r 分别为10~20 m、350~400 m时, 不同信道估计方案在不同导频长度下的NMSE分别如图7、图8所示。从图7和图8中可知, 由于空间非平稳效应的存在, SWOMP、SS-SIGW-OLS、P-SOMP和P-SIGW算法均失效, 它们的NMSE性能并没有随着导频长度的增加而提高。GP-SOMP算法、GP-SIGW算法和本文所提算法的NMSE性能随着导频长度的增大都有所提高, 且本文所提算法的NMSE性能比GP-SIGW算法有约3 dB的提升。

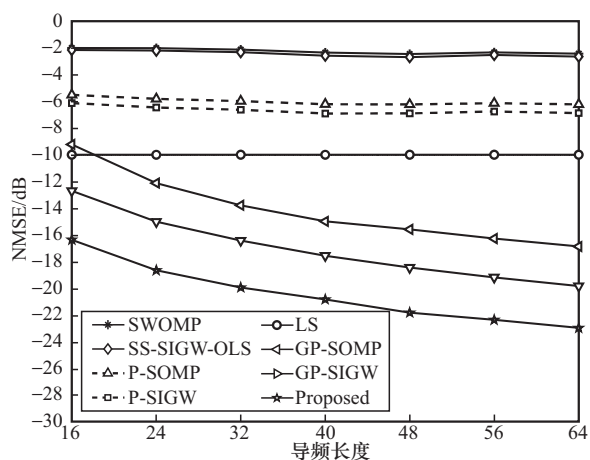


图7 不同导频长度下的NMSE(10 m ≤ r ≤ 20 m)

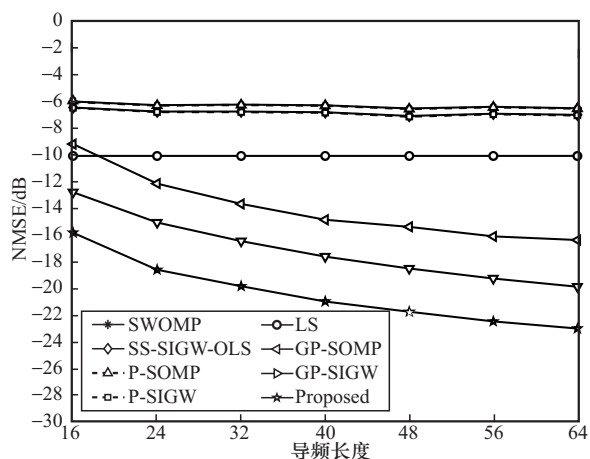


图8 不同导频长度下的NMSE(350 m ≤ r ≤ 400 m)

基于不同子阵列数, 本文所提算法与 GP-SOMP 算法、GP-SIGW 算法的在不同导频长度下的 NMSE 对比如图 9 所示。此时信噪比设为 10 dB, 用户/散射体与 BS 之间距离为 10~400 m, 导频长度 P 从 8 增加到 128, 对应 $\frac{PN_{\text{RF}}}{N}$ 从 1/16 增加到 1, 空间平稳的子信道最小维度设为 $N/16=32$ 。当导频长度足够时, NMSE 性能随着子阵列数量的增加而提高。这是因为子阵列越多, 子信道的维度越小, 越能捕捉到空间非平稳性的特征。当 $N_s=16$ 时, 子阵列对应的子信道的维度刚好与设定的空间平稳的子信道最小维度相等。当导频长度不充足时, 子阵列数越小, NMSE 性能越好, 这是因为基于 GTBC 的子阵

列信号提取方案使得有效导频长度 $P_{\text{eff}} = \frac{PN_{\text{RF}}}{N_s}$, 因此子阵列数越少, 有效导频长度越大。

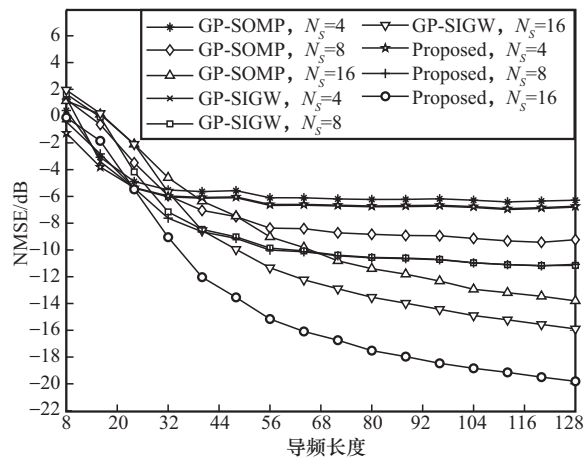


图9 算法在不同导频长度下的NMSE对比

综上所述, 子阵列数量应根据实际信道特性进行设置, 不能太少或者太多。在 NMSE 性能方面, 本文所提算法在导频长度不充足时较 GP-SIGW 算法更为稳定, 且当子阵列数量符合实际信道特性时, 本文所提算法的估计性能优于 GP-SIGW 算法。

4 结束语

针对采用混合预编码架构的 XL-MIMO 系统中的空间非平稳信道估计问题, 本文提出了一种联合 SOMP 和 VBI 的无网格信道估计方案。该方案通过变分 EM 框架引入噪声逆方差先验, 使无网格细化阶段具备更强的噪声抑制能力。仿真结果表明, 本文提出方案能够有效识别空间非平稳效应, 且估计精度优于现有无网格空间非平稳信道估计方案。

参考文献:

- [1] Lu L, Li G Y, Swindlehurst A L, et al. An overview of massive MIMO: benefits and challenges[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 742-758.
- [2] Wang Z, Zhang J Y, Du H Y, et al. Extremely large-scale MIMO: fundamentals, challenges, solutions, and future directions[J]. IEEE Wireless Communications, 2024, 31(3): 117-124.
- [3] Ning B Y, Tian Z B, Mei W D, et al. Beamforming technologies



- for ultra-massive MIMO in terahertz communications[J]. IEEE Open Journal of the Communications Society, 2023, 4: 614-658.
- [4] Selvan K T, Janaswamy R. Fraunhofer and fresnel distances: unified derivation for aperture antennas[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2017, 59(4): 12-15.
- [5] Cui M Y, Dai L L. Channel estimation for extremely large-scale MIMO: far-field or near-field?[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022, 70(4): 2663-2677.
- [6] Han Y, Jin S, Wen C K, et al. Channel estimation for extremely large-scale massive MIMO systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2020, 9(5): 633-637.
- [7] Cheng X T, Xu K, Sun J J, et al. Adaptive grouping sparse Bayesian learning for channel estimation in non-stationary up-link massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(8): 4184-4198.
- [8] Iimori H, Takahashi T, Ishibashi K, et al. Joint activity and channel estimation for extra-large MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(9): 7253-7270.
- [9] Zhu Y F, Guo H Y, Lau V K N. Bayesian channel estimation in multi-user massive MIMO with extremely large antenna array[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 5463-5478.
- [10] Chen Y H, Dai L L. Non-stationary channel estimation for extremely large-scale MIMO[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(7): 7683-7697.
- [11] Yuan Z Q, Zhang J H, Ji Y L, et al. Spatial non-stationary near-field channel modeling and validation for massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2023, 71(1): 921-933.
- [12] Tzikas D G, Likas A C, Galatsanos N P. The variational approximation for Bayesian inference[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(6): 131-146.
- [13] Wang Q K, Lei M, Zhao M M, et al. Variational Bayesian inference based channel estimation for OTFS system with LSM prior[C]//Proceedings of the 2022 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS). Piscataway: IEEE Press, 2022: 1-5.
- [14] Zhu Z M, Yang R M, Li C G, et al. Adaptive joint sparse Bayesian approaches for near-field channel estimation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2025, 24(3): 2590-2605.
- [15] Rodríguez-Fernández J, González-Prelcic N, Venugopal K, et al. Frequency-domain compressive channel estimation for frequency-selective hybrid millimeter wave MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(5): 2946-2960.
- [16] González-Prelcic N, Xie H X, Palacios J, et al. Wideband channel tracking and hybrid precoding for mmWave MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(4): 2161-2174.

[作者简介]



许秋元 (1999-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为信道估计。



曹海燕 (1975-), 女, 博士, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授, 主要研究方向为信道编码、信道估计、能效优化等。



凌海坤 (2001-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为毫米波大规模MIMO系统中的混合预编码。



许晟豪 (2000-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为信道估计。



许芳敏 (1980-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院讲师, 主要研究方向为先进移动通信系统及其关键技术。